

Вектори на площині (збірник прикладів)

Дата останнього оновлення: 14.04.2008

Джерело (Web-сайт): <http://formula.co.ua>

Комп'ютерна верстка: Виспянський Ігор

Приклад 1.

Обчислити скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{c} :

$$|\vec{a}| = 1, |\vec{c}| = 4, (\vec{a}; \vec{c}) = 60^\circ.$$

Розв'язання.

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{c}) = 1 \cdot 4 \cdot \cos(60^\circ) = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

Відповідь: 2.

Приклад 2.

Обчислити скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{c} :

$$|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{c}| = 5, (\vec{a}; \vec{c}) = 30^\circ.$$

Розв'язання.

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{c}) = \sqrt{3} \cdot 5 \cdot \cos(30^\circ) = \sqrt{3} \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2} = 7,5.$$

Відповідь: 7, 5.

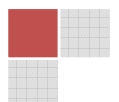
Приклад 3.

Обчислити скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{c} :

$$|\vec{a}| = \sqrt{2}, |\vec{c}| = 5, (\vec{a}; \vec{c}) = 45^\circ.$$

Розв'язання.

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{c}) = \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \cos(45^\circ) = \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5.$$



Відповідь: 5.

Приклад 4.

Обчислити скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{c} :

$$|\vec{a}| = 2, |\vec{c}| = 3, (\vec{a}; \vec{c}) = 60^\circ.$$

Розв'язання.

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{c}) = 2 \cdot 3 \cdot \cos(60^\circ) = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3.$$

Відповідь: 3.

Приклад 5.

Відомо, що скалярний добуток векторів \vec{a} і \vec{c} дорівнює 3, а кут між цими векторами дорівнює 60° . Обчислити довжину вектора \vec{c} , якщо $|\vec{a}| = 1$.

Розв'язання.

З формули

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{c})$$

отримуємо

$$|\vec{c}| = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{c})} = \frac{3}{1 \cdot \frac{1}{2}} = 3 \cdot 2 = 6.$$

Відповідь: 6.

Приклад 6.

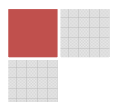
Відомо, що $|\vec{a}| = 1, |\vec{c}| = 5$ і $\vec{a} \cdot \vec{c} = 2,5$. Обчислити кут (у градусах) між векторами \vec{a} і \vec{c} .

Розв'язання.

З формули

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{c})$$

отримуємо



$$\cos(\vec{a}; \vec{c}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} = \frac{2,5}{1 \cdot 5} = \frac{25}{50} = \frac{1}{2}$$

Отже, кут (у градусах) між векторами

$$(\vec{a}; \vec{c}) = 60^\circ.$$

Відповідь: 60.

Приклад 7.

Обчислити довжину вектора $\vec{a}(5; 12)$.

Розв'язання.

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13.$$

Відповідь: 13.

Приклад 8.

Обчислити довжину вектора $\vec{a} + \vec{c}$, якщо $\vec{a}(2; 1)$ і $\vec{c}(1; 3)$, тобто $|\vec{a} + \vec{c}|$.

Розв'язання.

$$|\vec{a} + \vec{c}| = \sqrt{(2+1)^2 + (1+3)^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5.$$

Відповідь: 5.

Приклад 9.

Обчислити довжину вектора $\vec{a} - \vec{c}$, якщо $\vec{a}(17; 10)$ і $\vec{c}(2; 2)$, тобто $|\vec{a} - \vec{c}|$.

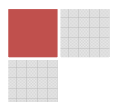
Розв'язання.

$$|\vec{a} - \vec{c}| = \sqrt{(17-2)^2 + (10-2)^2} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17.$$

Відповідь: 17.

Приклад 10.

Обчислити кут (у градусах) між векторами \vec{a} і \vec{c} , якщо $\vec{a}(-2; -2)$ і $\vec{c}(5; 5)$.



Розв'язання.

З формули

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = |\vec{a}| \cdot |\vec{c}| \cdot \cos(\vec{a}; \vec{c})$$

і

$$\vec{a} \cdot \vec{c} = a_x \cdot c_x + a_y \cdot c_y$$

отримуємо

$$\cos(\vec{a}; \vec{c}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{c}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{c}|} = \frac{a_x \cdot c_x + a_y \cdot c_y}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2} \cdot \sqrt{c_x^2 + c_y^2}}$$

$$\cos(\vec{a}; \vec{c}) = \frac{-2 \cdot 5 + (-2) \cdot 5}{\sqrt{(-2)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{5^2 + 5^2}} = \frac{-10 - 10}{\sqrt{8} \cdot \sqrt{50}} = \frac{-20}{\sqrt{400}} = \frac{-20}{20} = -1.$$

Отже, кут (у градусах) між векторами

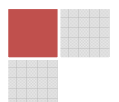
$$(\vec{a}; \vec{c}) = 180^\circ.$$

Відповідь: **180**.**Приклад 11.**Визначити значення x , при якому вектори \vec{a} і \vec{c} є колінеарними, якщо $\vec{a}(x; 5)$ і $\vec{c}(2; 1)$.**Розв'язання.**Два вектори \vec{a} і \vec{c} колінеарні тоді і лише тоді, коли їх відповідні координати пропорційні, тобто

$$\frac{a_x}{c_x} = \frac{a_y}{c_y}.$$

Отже, щоб вектори були колінеарними має виконуватись пропорція

$$\frac{x}{2} = \frac{5}{1} \rightarrow x = 10.$$

Відповідь: **10**.

Приклад 12.

Визначити значення x , при якому вектори \vec{a} і \vec{c} є перпендикулярними, якщо $\vec{a}(x; 1)$ і $\vec{c}(1; 2)$.

Розв'язання.

Умова перпендикулярності:

$$a_x c_x + a_y c_y = 0.$$

Маємо

$$x \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 0,$$

$$x + 2 = 0,$$

$$x = -2.$$

Відповідь: -2 .

