

Збірка прикладів на тему: "Перетворення тригонометричних виразів"

Уклав: Виспянський Ігор (e-mail: virua@ukr.net)

Дата останнього оновлення: 04.11.06

Веб-сайт: <http://www.formula.co.ua>

Приклад 1.Обчислити $\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$.**Розв'язок.**

$$\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{2} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

Відповідь: 0,25.**Приклад 2.**Обчислити $6 \cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ$.**Розв'язок.**

$$6 \cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ = 6 \cdot \frac{1}{2} (\cos 60^\circ + \cos 90^\circ) = 6 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 0 \right) = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Відповідь: 1,5.**Приклад 3.**Обчислити $12 \sin 15^\circ \cdot \sin 105^\circ$.**Розв'язок.**

$$\begin{aligned} 12 \sin 15^\circ \cdot \sin 105^\circ &= 6 (\cos 90^\circ - \cos 120^\circ) = -6 \cos (90^\circ + 30^\circ) = \\ &= -6 (\cos 90^\circ \cdot \cos 30^\circ - \sin 90^\circ \cdot \sin 30^\circ) = 6 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} = 3. \end{aligned}$$

Відповідь: 3.**Приклад 4.**Обчислити $15 \sin 165^\circ \cdot \cos 15^\circ$.**Розв'язок.**

$$\begin{aligned} 15 \sin 165^\circ \cdot \cos 15^\circ &= 7,5 (\sin 150^\circ + \sin 180^\circ) = 7,5 \cdot \sin (180^\circ - 30^\circ) = \\ &= 7,5 (\sin 180^\circ \cdot \cos 30^\circ - \cos 180^\circ \cdot \sin 30^\circ) = -7,5 \cdot (-1) \cdot \frac{1}{2} = 3,75. \end{aligned}$$

Відповідь: 3,75.**Приклад 5.**Обчислити $3 \sin^2 30^\circ + 8 \cos^2 30^\circ$.**Розв'язок.**

$$3 \sin^2 30^\circ + 8 \cos^2 30^\circ = 3 \cdot \frac{1}{4} + 8 \cdot \frac{3}{4} = \frac{27}{4} = 6,75.$$

Відповідь: 6, 75.

Приклад 6.

Обчислити $5 \sin^2 60^\circ - 4 \cos^2 60^\circ$.

Розв'язок.

$$5 \sin^2 60^\circ - 4 \cos^2 60^\circ = 5 \cdot \frac{3}{4} - 4 \cdot \frac{1}{4} = \frac{11}{4} = 2,75.$$

Відповідь: 2, 75.

Приклад 7.

Обчислити $2 \cos^2 45^\circ + 6 \sin^2 45^\circ$.

Розв'язок.

$$2 \cos^2 45^\circ + 6 \sin^2 45^\circ = 2 \cdot \frac{2}{4} + 6 \cdot \frac{2}{4} = 1 + 3 = 4.$$

Відповідь: 4.

Приклад 8.

Обчислити $9 \cdot \sin^2 120^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ$.

Розв'язок.

$$\begin{aligned} 9 \sin^2 120^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ &= 9 \operatorname{tg} 30^\circ (\sin 90^\circ \cdot \cos 30^\circ + \cos 90^\circ \cdot \sin 30^\circ) = \\ &= 9 \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{9\sqrt{3}\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{27}{6} = 4,5. \end{aligned}$$

Відповідь: 4, 5.

Приклад 9.

Обчислити $10 \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{ctg} 215^\circ$.

Розв'язок.

$$\begin{aligned} 10 \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{ctg} 215^\circ &= 10 \cdot \frac{\sin 35^\circ \cdot \cos 215^\circ}{\cos 35^\circ \cdot \sin 215^\circ} = \\ &= 10 \cdot \frac{\sin(-180^\circ) + \sin 250^\circ}{\sin 180^\circ + \sin 250^\circ} = 10. \end{aligned}$$

Відповідь: 10.

Приклад 10.

Обчислити $\sin 15^\circ \cdot \cos 75^\circ + \cos 15^\circ \cdot \sin 75^\circ$.

Розв'язок.

$$\sin 15^\circ \cdot \cos 75^\circ + \cos 15^\circ \cdot \sin 75^\circ = \sin (15^\circ + 75^\circ) = \sin 90^\circ = 1.$$

Відповідь: 1.

Приклад 11.

Обчислити $\cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ - \sin 75^\circ \cdot \sin 15^\circ$.

Розв'язок.

$$\cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ - \sin 75^\circ \cdot \sin 15^\circ = \cos (75^\circ + 15^\circ) = \cos 90^\circ = 0.$$

Відповідь: 0.

Приклад 12.

Обчислити $(\sin 25^\circ \cdot \cos 20^\circ + \cos 25^\circ \cdot \sin 20^\circ)^2$.

Розв'язок.

$$(\sin 25^\circ \cdot \cos 20^\circ + \cos 25^\circ \cdot \sin 20^\circ)^2 = (\sin 45^\circ)^2 = \frac{2}{4} = 0,5.$$

Відповідь: 0,5.

Приклад 13.

Обчислити $\frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{\sin 2x}$.

Розв'язок.

$$\frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{\sin 2x} = \frac{\sin^2 x + 2 \sin x \cos x + \cos^2 x - 1}{\sin 2x} = 1.$$

Відповідь: 1.

Приклад 14.

Обчислити $\frac{\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)}{1 + \sqrt{3}}$.

Розв'язок.

$$\begin{aligned} \frac{\sin\left(\frac{17\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)}{1 + \sqrt{3}} &= \frac{\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right)}{1 + \sqrt{3}} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1 + \sqrt{3}} = \\ &= \frac{1 + \sqrt{3}}{2(1 + \sqrt{3})} = \frac{1}{2} = 0,5 \end{aligned}$$

Відповідь: 0, 5.

Приклад 15.

Обчислити $9\left(\frac{4}{3} - \operatorname{tg} x\right)$, якщо $\sin x = \frac{4}{5}$, $\frac{\pi}{2} < x < \pi$.

Розв'язок.

$$9\left(\frac{4}{3} - \operatorname{tg} x\right) = 9\left(\frac{4}{3} + \sqrt{\frac{\sin^2 x}{1 - \sin^2 x}}\right) = 9\left(\frac{4}{3} + \frac{4}{3}\right) = 9 \cdot \frac{8}{3} = 24.$$

Відповідь: 24.

Приклад 16.

Обчислити $\cos 99^\circ + \cos 81^\circ$.

Розв'язок.

$$\cos 99^\circ + \cos 81^\circ = 2 \cos 90^\circ \cdot \cos 9^\circ = 0.$$

Відповідь: 0.

Приклад 17.

Обчислити $\frac{2 \sin x - 4 \cos x}{5 \sin x - 2 \cos x}$, якщо $\operatorname{tg} x = 2$

Розв'язок.

$$\frac{\frac{2 \sin x}{\cos x} - \frac{4 \cos x}{\cos x}}{\frac{5 \sin x}{\cos x} - \frac{2 \cos x}{\cos x}} = \frac{2 \operatorname{tg} x - 4}{5 \operatorname{tg} x - 2} = \frac{2 \cdot 2 - 4}{5 \cdot 2 - 2} = \frac{4 - 4}{10 - 2} = \frac{0}{8} = 0.$$

Відповідь: 0.

Приклад 18.

Обчислити $5 \cos \alpha$, якщо $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Розв'язок.

$$5 \cdot \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 5 \cdot \sqrt{1 - \frac{16}{25}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{15}{5} = 3.$$

Відповідь: 3.

Приклад 19.

Обчислити $18\sqrt{77} \sin \alpha$, якщо $\cos \alpha = \frac{2}{9}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Розв'язок.

$$18\sqrt{77} \sin \alpha = 18\sqrt{77} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = 18\sqrt{77 \left(1 - \frac{4}{81}\right)} = 18 \cdot \frac{77}{9} = 154.$$

Відповідь: 154.

Приклад 20.

Обчислити $10 \cdot \sqrt{119} \cdot \operatorname{tg} \alpha$, якщо $\cos \alpha = \frac{5}{12}$, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Розв'язок.

$$10\sqrt{119} \operatorname{tg} \alpha = 10\sqrt{119} \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} - 1} = 10\sqrt{119} \cdot \sqrt{\frac{144 - 25}{25}} = 10 \cdot \frac{119}{5} = 238.$$

Відповідь: 238.

Приклад 21.

Обчислити $21 \operatorname{ctg} \alpha$, якщо $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

Розв'язок.

$$21 \operatorname{ctg} \alpha = -21\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \alpha} - 1} = -21\sqrt{\frac{25}{9} - 1} = \frac{-21 \cdot 4}{3} = -28.$$

Відповідь: -28.

Приклад 22.

Обчислити $2 \cos(4a) + 2 \sin(4a) \cdot \operatorname{tg}(2a)$.

Розв'язок.

$$\begin{aligned} 2 \cos(4a) + 2 \sin(4a) \cdot \operatorname{tg}(2a) &= 2 \cdot \frac{1 - \operatorname{tg}^2 2a}{1 + \operatorname{tg}^2 2a} + 2 \cdot \frac{2 \operatorname{tg} 2a}{1 + \operatorname{tg}^2 2a} \cdot \operatorname{tg} 2a = \\ &= \frac{2 - 2 \operatorname{tg}^2 2a + 4 \operatorname{tg}^2 2a}{1 + \operatorname{tg}^2 2a} = \frac{2 + 2 \operatorname{tg}^2 2a}{1 + \operatorname{tg}^2 2a} = \frac{2(1 + \operatorname{tg}^2 2a)}{1 + \operatorname{tg}^2 2a} = 2. \end{aligned}$$

Відповідь: 2.

Приклад 23.

Обчислити $\sqrt{5} \sin(\operatorname{arctg} 2)$.

Розв'язок.

$$\sqrt{5} \cdot \sin(\operatorname{arctg} 2) = \sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2(\operatorname{arctg} 2)}} = \sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 2^2}} = \sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} = 1.$$

Відповідь: 1.

Приклад 24.

Обчислити

$$\frac{\left(\cos^2 a - 4 \cos^2 \frac{a}{2} \cdot \sin^2 \frac{a}{2}\right) (\sin a + \sin 3a)}{2 \cos^2 \frac{a}{2} - 1},$$

де $a = \frac{\pi}{24}$.

Розв'язок.

$$\begin{aligned} & \frac{\left(\cos^2 a - 4 \cos^2 \frac{a}{2} \cdot \sin^2 \frac{a}{2}\right) (\sin a + \sin 3a)}{2 \cos^2 \frac{a}{2} - 1} = \\ & = \frac{\left(\cos^2 a - 4 \cdot \frac{1 + \cos a}{2} \cdot \frac{1 - \cos a}{2}\right) (\sin a + 3 \sin a - 4 \sin 3a)}{1 + \cos a - 1} = \\ & = \frac{(\cos^2 a - 1 + \cos^2 a) \cdot 4 \sin a \cdot (1 - \sin^2 a)}{\cos a} = \\ & = \frac{(\cos^2 a - 1 + \cos^2 a) \cdot 4 \sin a \cdot \cos a}{\cos a} = \\ & = \cos 2a \cdot 4 \sin a \cdot \cos a = 2 \cos 2a \cdot \sin 2a = \sin 4a = \sin \left(4 \cdot \frac{\pi}{24}\right) = \\ & = \sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} = 0,5. \end{aligned}$$

Відповідь: 0,5.