

Вектор

Вектор — це величина, яка характеризується числовим значенням і напрямком. Під напрямленим відрізком \overrightarrow{AB} розуміють впорядковану пару точок, перша з яких – точка A – називається його початком, а друга – B – його кінцем. В геометрії розглядають вектори, що не залежать від точки прикладання (вільні вектори).

Вектори позначають двома способами:

- малими буквами латинського алфавіту (наприклад, \vec{a});
- двома великими буквами латинського алфавіту (наприклад, \overrightarrow{AB}), де перша буква – початок вектора, а друга – кінець.

Графічно вектори зображають у вигляді напрямлених відрізків певної довжини \overrightarrow{AB} .

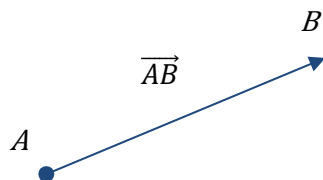


Рис.1. Вектор \overrightarrow{AB} з початком в A і кінцем в B .

Примітка. Поняття вектора з'явилося в роботах німецького математика XIX ст. Г. Грассмана та ірландського математика У. Гамільтона. Згодом воно було охоче сприйняте багатьма математиками і фізиками. В сучасній математиці це поняття відіграє дуже важливу роль.

Чисельне значення вектора a називається **модулем** чи **довжиною** і позначається $|\vec{a}|$. Довжина вектора – це довжина відрізка, що зображає цей вектор.

Вектори \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{CD} називають **протилежно напрямленими**, якщо протилежно напрямлені півпрямі AB і CD .

Вектори \overrightarrow{AB} і \overrightarrow{CD} називають **співнаправленими**, якщо співнаправлені півпрямі AB і CD .

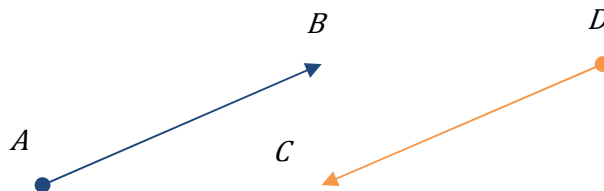
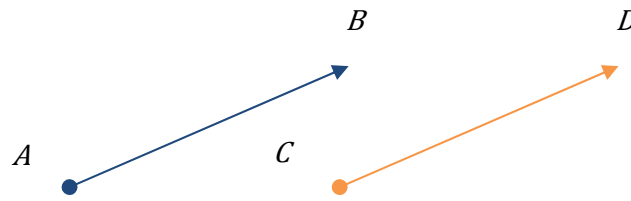


Рис.2. Протилежно напрямлені вектори.

9 квітня, 2008

**Рис.3.** Співнапрямлені вектори.

Вектор, початок і кінець якого збігаються, називається **нульовим** і позначається $\vec{0}$. Нульовий вектор має довжину 0. Напрямок нульового вектора не визначений. Нульовий вектор прийнято рахувати співнапрямленим з будь-яким вектором. Вважається, що нульовий вектор одночасно паралельний і перпендикулярний будь-якому вектору. Всі координати нульового вектора дорівнюють нулю.

Колінеарними називаються вектори, які зображаються відрізками, що лежать на одній прямій чи на паралельних прямих.

Два вектора називаються **рівними**, якщо вони однієї довжини і їх напрямки збігаються.

Одиничний вектор (орт) — вектор, довжина якого рівна одиниці.

Вектори на площині

Числа $a_x = x_2 - x_1$, $a_y = y_2 - y_1$ називаються **координатами вектора** \vec{a} з початком $A(x_1; y_1)$ і кінцем $B(x_2; y_2)$.

Примітка. Координати нульового вектора рівні нулю.

Вектори рівні, коли їх відповідні координати рівні.

Вектор з координатами a_x і a_y позначається $\overrightarrow{(a_x; a_y)}$. Вектор a з координатами a_x і a_y позначається $\vec{a}(a_x; a_y)$.

Використовуючи означення координат вектора довжину можна записати формулою

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}.$$

Дії над векторами

Сумою векторів $\vec{a}(a_x; a_y)$ і $\vec{b}(b_x; b_y)$ називають вектор $\vec{c}(a_x + b_x; a_y + b_y)$.

Геометрично суму двох векторів можна знайти за:

- правилом трикутника;
- правилом паралелограма.

Правило трикутника

Для складання двох векторів \vec{a} і \vec{b} за правилом трикутника обидва ці вектора переносяться паралельно самим собі так, щоб початок одного з них збігався з кінцем іншого. Тоді вектор суми задається третьою стороною трикутника, що утворився, причому його початок збігається з початком першого вектора.

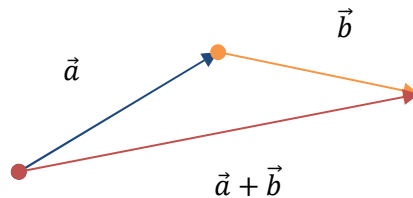


Рис.4. Правило трикутника.

Правило паралелограма

Для складання двох векторів \vec{a} і \vec{b} за правилом паралелограма обидва ці вектора переносяться паралельно самим собі так, щоб їх початки збігалися. Тоді вектор суми задається діагоналлю побудованого на них паралелограма, яка виходить з їх спільного початку.

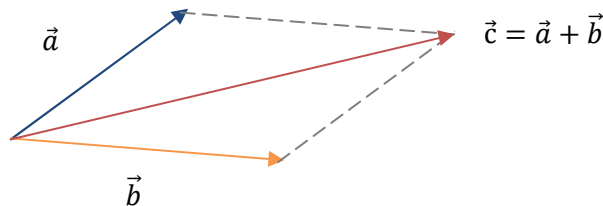


Рис.5. Правило паралелограма.

Різницею векторів \vec{a} і \vec{b} називають такий вектор \vec{c} , який в сумі з \vec{b} дає \vec{a} .

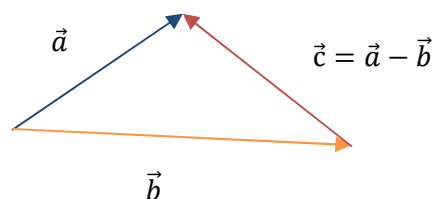


Рис.6. Різниця векторів.

Добуток вектора $\overrightarrow{(a_x; a_y)}$ на число λ називається вектор $\overrightarrow{(\lambda a_x; \lambda a_y)}$.

Два вектори \vec{a} і \vec{b} колінеарні тоді і лише тоді, коли їх відповідні координати пропорційні

$$\frac{a_x}{b_x} = \frac{a_y}{b_y}$$

Скалярним добутком векторів \vec{a} і \vec{b} називається число, яке рівне сумі добутків відповідних координат, тобто

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y$$

Скалярний добуток векторів дорівнює добутку їх довжин на косинус кута між ними, тобто

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\widehat{\vec{a}; \vec{b}})$$

де $(\widehat{\vec{a}; \vec{b}})$ — кут між векторами \vec{a} і \vec{b} .

Джерела

1. Матеріал з Вікіпедії — вільної енциклопедії (<http://uk.wikipedia.org/>).
2. Матеріал из Википедии — свободной энциклопедии (<http://ru.wikipedia.org/>).