

Збірник прикладів на тему: "Стереометрія"

Уклад: Виспянський Ігор (e-mail: virua@ukr.net)

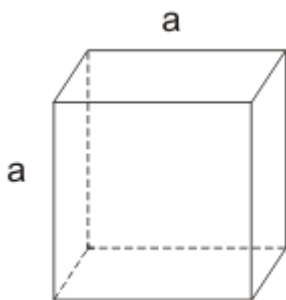
Дата останнього оновлення: 19.07.07

Веб-сайт: <http://www.formula.co.ua>

Приклад 1.

Обчислити об'єм куба, довжина ребра якого дорівнює 4.

Розв'язання.



Дано: $a = 4$

Знайти: V

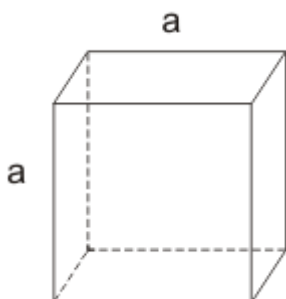
$$V = a^3 = 4^3 = 64.$$

Відповідь: 64.

Приклад 2.

Обчислити площу повної поверхні куба, ребро якого дорівнює 11.

Розв'язання.



Дано: $a = 11$

Знайти: S

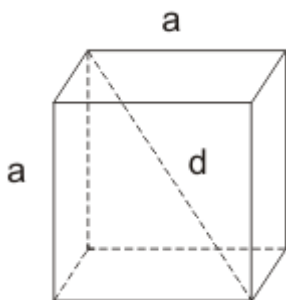
$$S = 6a^2 = 6 \cdot 121 = 726.$$

Відповідь: 726.

Приклад 3.

Обчислити довжину діагоналі куба, ребро якого дорівнює $2\sqrt{3}$.

Розв'язання.



Дано: $a = 2\sqrt{3}$

Знайти: d

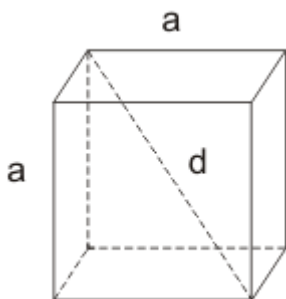
$$d = a\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot 3 = 6.$$

Відповідь: 6.

Приклад 4.

Обчислити довжину ребра куба, діагональ якого дорівнює $3\sqrt{3}$.

Розв'язання.



Дано: $d = 3\sqrt{3}$

Знайти: a

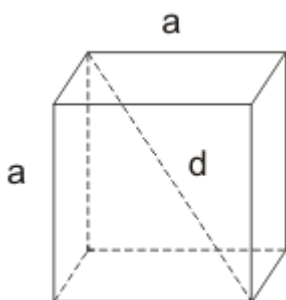
$$a = \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3.$$

Відповідь: 3.

Приклад 5.

Довжина діагоналі куба дорівнює $3\sqrt{3}$. Обчислити суму довжин усіх ребер куба.

Розв'язання.



Дано: $d = 3\sqrt{3}$

Знайти: $12 \cdot a$

$$a = \frac{d}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$$

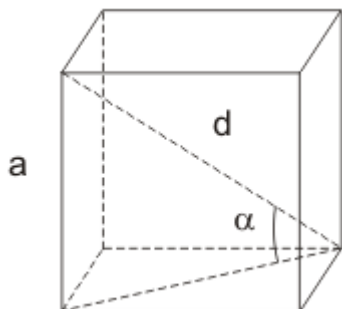
$$12 \cdot a = 12 \cdot 3 = 36.$$

Відповідь: 36.

Приклад 6.

Обчислити $2\sqrt{3} \sin \alpha$, де α – кут нахилу діагоналі куба до однієї з її граней.

Розв'язання.



Знайти: $2\sqrt{3} \sin \alpha$

$$d = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{d} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

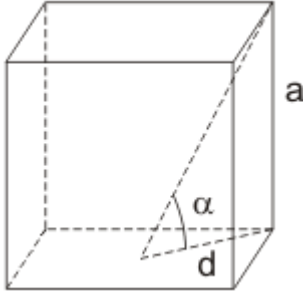
$$2\sqrt{3} \sin \alpha = 2\sqrt{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = 2.$$

Відповідь: 2.

Приклад 7.

Обчислити $3\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha$, де α – кут нахилу до однієї з граней куба відрізка, що з'єднує вершину куба з центром цієї грані.

Розв'язання.



Знайти: $3\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha$

$$d = a\sqrt{2}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{d}{2 \sin(90 - \alpha)}$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{a\sqrt{2}}{2 \cos \alpha}$$

$$2 \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha$$

$$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \operatorname{tg} \alpha$$

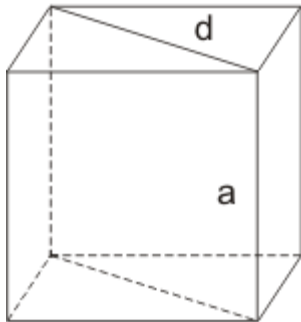
$$3\sqrt{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 3\sqrt{2} \cdot \frac{2}{\sqrt{2}} = 3 \cdot 2 = 6.$$

Відповідь: 6.

Приклад 8.

Площа перерізу куба площиною, яка проходить через діагоналі верхньої та нижньої основи куба, дорівнює $4\sqrt{2}$. Обчислити об'єм куба.

Розв'язання.



Дано: $S_{\text{пер}} = 4\sqrt{2}$

Знайти: V

$$S_{\text{пер}} = a \cdot d = a \cdot a\sqrt{2} = a^2 \sqrt{2}.$$

$$a^2 \sqrt{2} = 4\sqrt{2},$$

$$a^2 = 4,$$

$$a = 2.$$

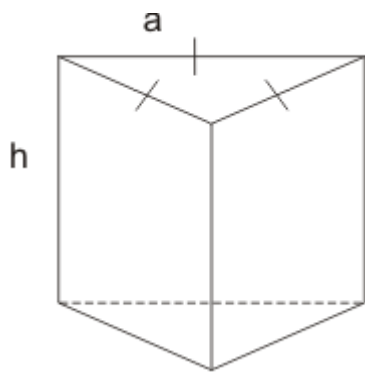
$$V = a^3 = 2^3 = 8.$$

Відповідь: 8.

Приклад 9.

Основою призми є рівносторонній трикутник, площа якого дорівнює $4\sqrt{3}$. Обчислити об'єм призми, якщо її висота у $\sqrt{3}$ разів більша за сторону основи.

Розв'язання.



Дано: $S = 4\sqrt{3}$, $h = \sqrt{3}a$

Знайти: V

$$V = S \cdot h$$

$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} \Rightarrow \frac{a^2}{4} = 4 \Rightarrow a^2 = 16 \Rightarrow a = 4$$

$$h = \sqrt{3}a = 4\sqrt{3}$$

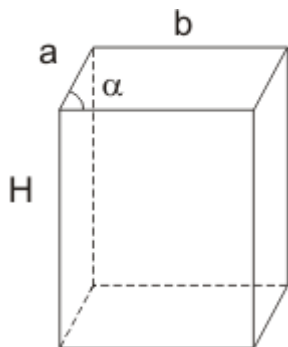
$$V = 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 16 \cdot 3 = 48.$$

Відповідь: 48.

Приклад 10.

У прямому паралелепіпеді сторони основи довжиною 2 і 3 утворюють між собою кут 30° . Обчислити об'єм паралелепіпеда, якщо його висота дорівнює 4.

Розв'язання.



Дано: $a = 2$, $b = 3$, $\alpha = 30^\circ$, $H = 4$

Знайти: V

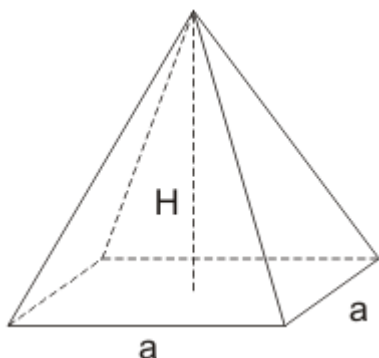
$$V = S \cdot H = a \cdot b \cdot \sin \alpha \cdot H = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4 = 12$$

Відповідь: 12.

Приклад 11.

Обчислити довжину сторони основи правильної чотирикутної піраміди з об'ємом 9 і висотою 3.

Розв'язання.



Дано: $V = 9$, $H = 3$

Знайти: a

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot H = \frac{1}{3} a^2 H \Rightarrow$$

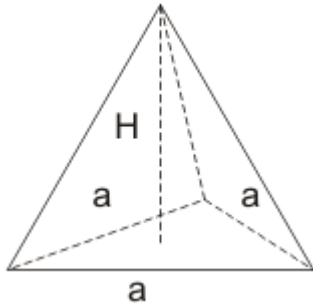
$$a = \sqrt{\frac{3 \cdot V}{H}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 9}{3}} = 3.$$

Відповідь: 3.

Приклад 12.

Обчислити довжину сторони основи правильної трикутної піраміди з об'ємом 2 і висотою $2\sqrt{3}$.

Розв'язання.



Дано: $V = 2$, $H = 2\sqrt{3}$

Знайти: a

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot H = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{a^2}{2}$$

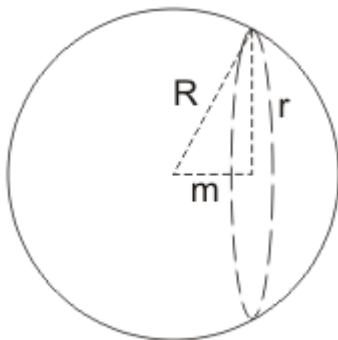
$$a^2 = 2 \cdot V = 2 \cdot 2 = 4 \Rightarrow a = 2.$$

Відповідь: 2.

Приклад 13.

У кулі на відстані 4 від центра зроблено переріз, площа якого становить 9π . Обчислити радіус кулі.

Розв'язання.



Дано: $S_{пер} = 9\pi$, $m = 4$

Знайти: R

$$S_{пер} = \pi \cdot r^2$$

$$\pi \cdot r^2 = 9\pi \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = 3$$

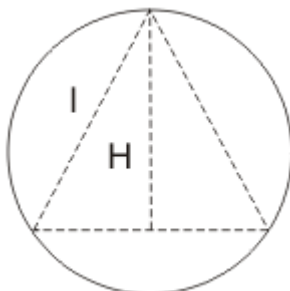
$$R = \sqrt{m^2 + r^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$$

Відповідь: 5.

Приклад 14.

Знайти радіус кулі, описаної навколо конуса з висотою 5 і твірною 7.

Розв'язання.



Дано: $H = 5$, $l = 7$

Знайти: R

$$l^2 = 2HR$$

$$R = \frac{l^2}{2H} = \frac{7^2}{2 \cdot 5} = \frac{49}{10} = 4,9.$$

Відповідь: 4,9.