

## Объемы и поверхности тел

Обозначения:  $V$  — объем;  $S$  — площадь основания;  $S_{\text{бок}}$  — боковая поверхность;  $P$  — полная поверхность;  $h$  — высота;  $a, b, c$  — измерения прямоугольного параллелепипеда;  $A$  — апофема правильной пирамиды и правильной усеченной пирамиды;  $l$  — образующая конуса;  $p$  — периметр или окружность основания;  $r$  — радиус основания;  $d$  — диаметр основания;  $R$  — радиус шара;  $D$  — диаметр шара.

**Призма**, прямая и наклонная;  
**параллелепипед**:

$$V = Sh.$$

Прямая призма:

$$S_{\text{бок}} = ph.$$

Параллелепипед прямоугольный:

$$V = abc, \quad P = 2(ab + bc + ac).$$

**Куб**:

$$V = a^3, \quad P = 6a^2.$$

**Пирамида**, правильная и неправильная:

$$V = \frac{1}{3}Sh.$$

Пирамида правильная:

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}pA.$$

Усеченная пирамида, правильная и неправильная:

$$V = \frac{1}{3}(S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)h.$$

Усеченная пирамида правильная:

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}(p_1 + p_2)A.$$

**Цилиндр** круговой, прямой и наклонный:

$$V = Sh = \pi r^2 h = \frac{1}{4}\pi d^2 h.$$

Цилиндр круглый:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi r h = \pi d h.$$

**Конус** круговой, круглый и наклонный:

$$V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{12}\pi d^2 h.$$

Конус круглый:

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2}pl = \pi r l = \frac{1}{2}\pi d l.$$

Усеченный конус круговой, круглый и наклонный:

$$V = \frac{1}{3}\pi h(r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2) = \frac{1}{12}\pi h(d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2).$$

Усеченный конус круглый:

$$S_{\text{бок}} = \pi(r_1 + r_2)l = \frac{1}{2}\pi(d_1 + d_2)l.$$

Шар:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi D^3,$$

$$P = 4\pi R^2 = \pi D^2.$$

Полушарие:

$$V = \frac{2}{3}\pi R^3 = \frac{1}{12}\pi D^3,$$

$$S = \pi R^2 = \frac{1}{4}\pi D^2,$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R^2 = \frac{1}{2}\pi D^2,$$

$$P = 3\pi R^2 = \frac{3}{4}\pi D^2.$$

Шаровой сегмент:

$$V = \pi h^2 \left( R - \frac{1}{3}h \right) = \frac{\pi h}{6} (h^2 + 3r^2),$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R h = \pi(r^2 + h^2),$$

$$P = \pi(2r^2 + h^2).$$

Шаровой слой:

$$V = \frac{1}{6}\pi h^3 + \frac{1}{2}\pi(r_1^2 + r_2^2)h,$$

$$S_{\text{бок}} = 2\pi R h.$$

Шаровой сектор:

$$V = \frac{2}{3}\pi R^2 h'$$

( $h'$  — высота сегмента, содержащегося в секторе).

Полый шар:

$$V = \frac{4}{3}\pi(R_1^3 - R_2^3) = \frac{\pi}{6}(D_1^3 - D_2^3);$$

$$P = 4\pi(R_1^2 + R_2^2) = \pi(D_1^2 + D_2^2)$$

( $R_1$  и  $R_2$  — радиусы внешней и внутренней шаровых поверхностей).