

Збірка прикладів на тему: "Планіметрія"

Уклад: Висп'яньський Ігор (e-mail: virua@ukr.net)

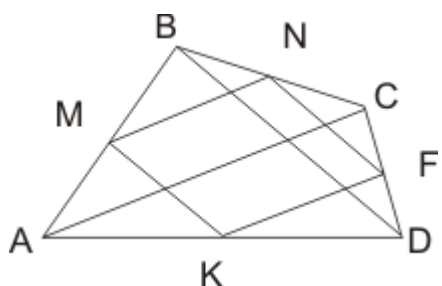
Дата останнього оновлення: 18.07.07

Веб-сайт: <http://www.formula.co.ua>

Приклад 1.

У чотирикутнику діагоналі дорівнюють 8 і 5. Обчислити периметр чотирикутника, вершинами якого є середини сторін даного чотирикутника.

Розв'язання.



Дано: $BD = 5$, $AC = 8$

Знайти: P_{MNFK}

$$NF = \frac{1}{2} BD = \frac{5}{2} = 2,5$$

$$MN = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$$

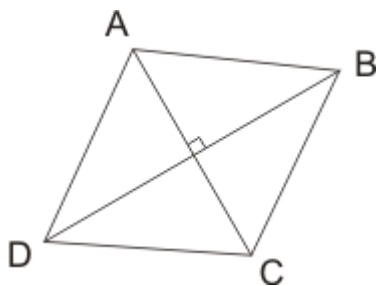
$$P = 2(2,5 + 4) = 13$$

Відповідь: 13.

Приклад 2.

У чотирикутнику ABCD діагоналі $AC = 5$ і $BD = 8$ є взаємно перпендикулярними. Обчислити площу чотирикутника ABCD.

Розв'язання.



Дано: $AC = 5$, $BD = 8$, $AC \perp BD$

Знайти: S_{ABCD}

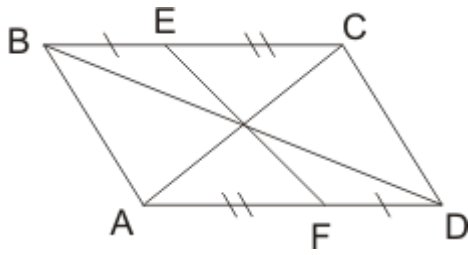
$$S = \frac{1}{2} DB \cdot AC \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot 1 = 20$$

Відповідь: 20.

Приклад 3.

У паралелограмі ABCD через точку перетину діагоналей проведено пряму, яка відтинає на сторонах BC і AD відрізки $BE = 5$ і $AF = 7$. Обчислити сторону BC.

Розв'язання.



Дано: $BE = 5$, $AF = 7$

Знайти: BC

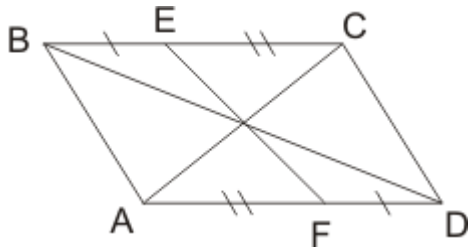
$$BC = BE + AF = 5 + 7 = 12$$

Відповідь: 12.

Приклад 4.

У паралелограмі $ABCD$ через точку перетину діагоналей проведено пряму, яка відтинає на сторонах BC і AD відрізки BE і AF . Обчислити довжину відрізка BE , якщо $AF = 6$ і $AD = 11$.

Розв'язання.



Дано: $AF = 6$, $AD = 11$

Знайти: BE

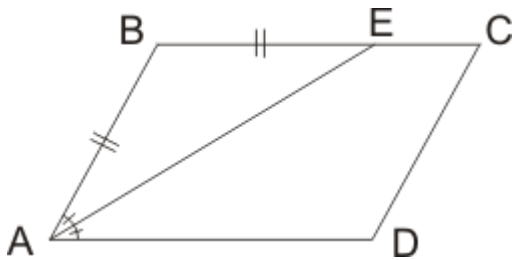
$$BE = AD - AF = 11 - 6 = 5$$

Відповідь: 5.

Приклад 5.

У паралелограмі $ABCD$ проведено бісектрису кута A , яка перетинає сторону BC в точці E . Обчислити довжину відрізка BE , якщо $AB = 6$.

Розв'язання.



Дано: $AB = 6$

Знайти: BE

$$\angle A + \angle B = 180^\circ \Rightarrow \angle B = 180^\circ - \angle A.$$

Сума кутів трикутника ABE дорівнює 180° , тобто

$$\angle BAE + \angle ABE + \angle BEA = 180^\circ \text{ або}$$

$$\frac{\angle A}{2} + \angle B + \angle BEA = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\angle BEA = 180^\circ - \left(\frac{\angle A}{2} + \angle B \right) =$$

$$= 180^\circ - \left(\frac{\angle A}{2} + 180^\circ - \angle A \right) =$$

$$= 180^\circ - \left(180^\circ - \frac{\angle A}{2} \right) =$$

$$= 180^\circ - 180^\circ + \frac{\angle A}{2} = \frac{\angle A}{2}.$$

Отже, $\angle BAE = \angle BEA$. Звідси випливає, що

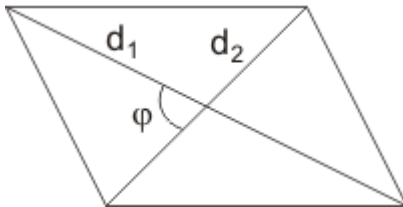
трикутник ABE – рівнобедрений. Тому маємо $BE = AB = 6$.

Відповідь: 6.

Приклад 6.

Довжини діагоналей паралелограма дорівнюють 2 і 4, а кут між ними – 30° . Обчислити площу паралелограма.

Розв'язання.



Дано: $d_1 = 4$, $d_2 = 2$, $\varphi = 30^\circ$

Знайти: S

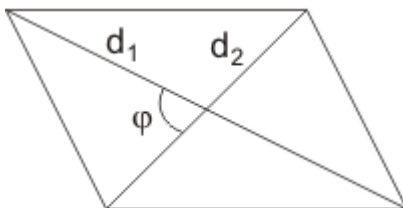
$$S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$$

Відповідь: 2.

Приклад 7.

Довжини діагоналей паралелограма дорівнюють $4\sqrt{3}$ і 7, а кут між ними – 60° . Обчислити площу паралелограма.

Розв'язання.



Дано: $d_1 = 7$, $d_2 = 4\sqrt{3}$, $\varphi = 60^\circ$

Знайти: S

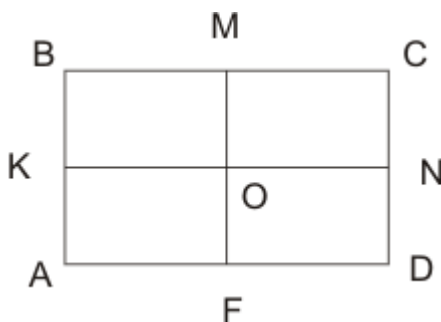
$$S = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2 \cdot \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 21$$

Відповідь: 21.

Приклад 8.

Периметр прямокутника дорівнює 36. Обчислити суму відстаней від будь-якої точки всередині цього прямокутника до всіх його сторін.

Розв'язання.



Дано: $P = 36$

Знайти: $KO + ON + MO + OF$

$$KO + ON = BC$$

$$MO + OF = AB$$

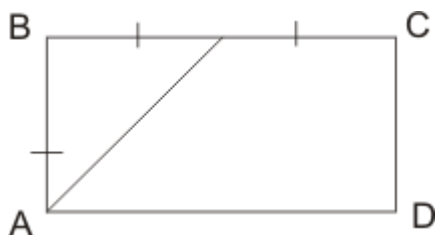
$$AB + BC = \frac{P}{2} = \frac{36}{2} = 18.$$

Відповідь: 18.

Приклад 9.

Бісектриса одного з кутів прямокутника ділить його сторону навпіл. Знайти периметр прямокутника, якщо його менша сторона дорівнює 5.

Розв'язання.



Дано: $AB = 5$

Знайти: P

$$BC = 2AB = 2 \cdot 5 = 10$$

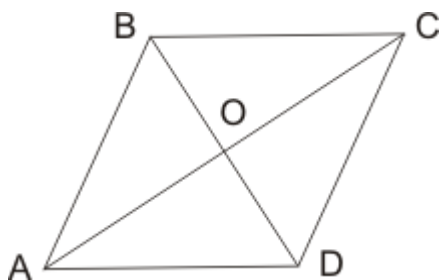
$$P = 2(AB + BC) = 2(5 + 10) = 30.$$

Відповідь: 30.

Приклад 10.

Довжина сторони ромба дорівнює 17, а однієї з діагоналей – 30. Обчислити довжину другої діагоналі.

Розв'язання.



Дано: $AB = 17$, $AC = 30$

Знайти: BD

$$AO = \frac{AC}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

$$BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = \sqrt{289 - 225} = 8$$

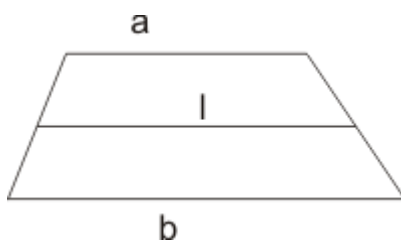
$$BD = 2BO = 2 \cdot 8 = 16.$$

Відповідь: 16.

Приклад 11.

Середня лінія трапеції дорівнює 19, а одна з основ – 16. Обчислити довжину другої основи трапеції.

Розв'язання.



Дано: $l = 19$, $a = 16$

Знайти: b

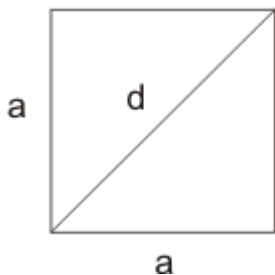
$$l = \frac{a+b}{2} \Rightarrow 2l = a+b \Rightarrow b = 2l - a$$

$$b = 2 \cdot 19 - 16 = 22.$$

Відповідь: 22.

Приклад 12.

Дано квадрат, сторона якого дорівнює 6. Діагональ його дорівнює стороні другого квадрата. Обчислити діагональ другого квадрата.

Розв'язання.

Дано: $a = 6$, $d = a_2$

Знайти: d_2

$$d^2 = 2a^2 = 2 \cdot 36 = 72$$

$$b = 2 \cdot 19 - 16 = 22$$

$$d_2^2 = 2a_2^2 = 2 \cdot 72 = 144$$

$$d_2 = 12.$$

Відповідь: 12.