Збірка прикладів на тему: "Арифметична і геометрична прогресії"

Уклав: Виспянський Ігор (e-mail: virua@ukr.net)

Дата останнього оновлення: 14.10.06

Веб-сайт: http://www.formula.co.ua

Приклад 1.
Маємо арифметичну прогресію виду: $23,5; 24,82; \ldots$. Знайти 5-й член, тобто a_5.
Розв'язок.
Оскільки $d = 24,82 - 23,5 = 1,32$, а $a_n = a_1 + d(n-1)$, то $a_5 = 23,5 + 1,32 \cdot 4 = 23,5 + 5,28 = 28,78$.
Відповідь: $28,78$.

Приклад 2.
Маємо геометричну прогресію виду: $1,5; 1,8; \ldots$. Знайти 5-й член, тобто b_5.
Розв'язок.
Спочатку знайдемо знаменник прогресії: $q = \frac{1,8}{1,5} = 1,2$. За формулою $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, знаходимо b_5.
$b_5 = 1,5 \cdot (1,4)^4 = 1,5 \cdot 2,0736 = 3,1104$.
Відповідь: $3,1104$.

Приклад 3.
$a_1 = 23,5; a_5 = 28,78$. Знайти різницю, тобто d.
Розв'язок.
З формули $a_n = a_1 + d(n-1)$ знайдемо d.
$a_n = a_1 + d(n-1) \Rightarrow a_n - a_1 = d(n-1) \Rightarrow d = \dfrac{a_n - a_1}{n-1}$.
Отже, $d = \dfrac{28,78 - 23,5}{5-1} = \dfrac{5,28}{4} = 1,32$
Відповідь: $1,32$.

Приклад 4.
$b_1 = 1,5; b_4 = 2,592$. Знайти знаменник, тобто q.
Розв'язок.
З формули $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ знайдемо q.
$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \Rightarrow q^{n-1} = \dfrac{b_n}{b_1} \Rightarrow q = \sqrt[n-1]{\dfrac{b_n}{b_1}}$.
Отже, $q = \sqrt[3]{\dfrac{2,592}{1,5}} = \sqrt[3]{1,728}$
$q = 1,2$
Відповідь: $1,2$.

Приклад 5.
$a_1 = 23,5; d = 1,32$. Знайти суму 5 перших членів, тобто S_5.

Розв'язок.
За формулою $S_n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ обчислимо S_5.
$S_5 = \dfrac{2 \cdot 23,5 + 1,32 \cdot (5-1)}{2} \cdot 5 = (23,5 + 2,64) \cdot 5 = 130,7.$
Відповідь: $130,7$.

Приклад 6.
$b_1 = 1,5; q = 1,2$. Знайти суму 4 перших членів, тобто S_4.
Розв'язок.
Використаємо формулу $S_n = \dfrac{b_1 \cdot (1-q^n)}{1-q}$.
$S_4 = \dfrac{1,5 \cdot (1-(1,2)^4)}{1-1,2} = \dfrac{1,5 \cdot (-1,0736)}{-0,2} = 8,052.$
Відповідь: $8,052$.

Приклад 7.
$a_1 = 1,35; a_{12} = -25,05$. Знайти різницю, тобто d.
Розв'язок.
Для знаходження різниці використаємо таку формулу: $d = \dfrac{a_n - a_1}{n-1}$.
$d = \dfrac{a_{12} - a_1}{12-1} = \dfrac{-25,05 - 1,35}{11} = -2,4.$
Відповідь: $-2,4$.

Приклад 8.
$b_1 = 2,56; b_4 = 7,02464$. Знайти знаменник (q).
Розв'язок.
Підставивши дані в формулу $q = \sqrt[n-1]{\dfrac{b_n}{b_1}}$, отримаємо
$q = \sqrt[4-1]{\dfrac{b_4}{b_1}} = \sqrt[3]{\dfrac{7,02464}{2,56}} = \sqrt[3]{2,744} = 1,4.$
Відповідь: $1,4$.

Приклад 9.
$a_1 = 1,35; d = -2,4$. Знайти S_{12}.
Розв'язок.
За формулою $S_n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ обчислимо S_{12}.
$S_{12} = \dfrac{2 \cdot 1,35 - 2,4 \cdot (12-1)}{2} \cdot 12 = \dfrac{2,7 - 2,4 \cdot (11)}{2} \cdot 12 = (2,7 - 26,4) \cdot 6 = -142,2.$
Відповідь: $-142,2$.

Приклад 10.
$b_1 = 25; q = 1,4$. Знайти S_5.
Розв'язок.
Використаємо формулу $S_n = \dfrac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$.
$S_5 = \dfrac{25 \cdot (1 - (1,4)^5)}{1 - 1,4} = \dfrac{25 \cdot (-4,37824)}{-0,4} = 273,64$.
Відповідь: $273,64$**.**

Приклад 11.
$a_1 = 1,35; d = -2,4; a_n = -25,05$. Знайти n.
Розв'язок.
Використаємо формулу $a_n = a_1 + d(n - 1)$.
$-25,05 = 1,35 - 2,4(n - 1)$.
$-2,4(n - 1) = -26,4$.
$n - 1 = 11$.
$n = 12$.
Відповідь: 12**.**

Приклад 12.
Маємо арифметичну прогресію виду: $23,5; 24,82; 26,14; \ldots$. Знайти a_5.
Розв'язок.
Спочатку знайдемо різницю прогресії $d = 24,82 - 23,5 = 1,32$.
Тепер використаємо формулу $a_n = a_1 + d(n - 1)$.
$a_5 = 23,5 + 1,32 \cdot (5 - 1) = 23,5 + 1,32 \cdot 4 = 28,78$.
Відповідь: $28,78$**.**

Приклад 13.
Маємо арифметичну прогресію виду: $23,5; 24,82; 26,14; \ldots$. Знайти S_5.
Розв'язок.
Спочатку знайдемо різницю прогресії $d = 24,82 - 23,5 = 1,32$.
Тепер використаємо формулу $S_n = \dfrac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$.
$S_5 = \dfrac{2 \cdot 23,5 + 1,32 \cdot (5 - 1)}{2} \cdot 5 = \dfrac{47 + 1,32 \cdot 4}{2} \cdot 5 = 130,7$.
Відповідь: $130,7$**.**

Приклад 14.
Маємо арифметичну прогресію виду: $23,5; 24,82; 26,14; \ldots; a_n = 28,78$. Знайти n.

Розв'язок.
Спочатку знайдемо різницю прогресії $d = 24,82 - 23,5 = 1,32$.
Підставимо в формулу $a_n = a_1 + d(n-1)$ наші дані.
$28,78 = 23,5 + 1,32(n-1)$
$1,32 \cdot (n-1) = 5,28$
$n - 1 = 4$
$n = 5$
Відповідь: 5.

Приклад 15.
Маємо арифметичну прогресію виду: $23,5; 24,82; 26,14; \ldots; S_n = 130,7$. Знайти n.
Розв'язок.
Спочатку знайдемо різницю прогресії $d = 24,82 - 23,5 = 1,32$.
Підставимо в формулу $S_n = \dfrac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$ наші дані.
$130,7 = \dfrac{2 \cdot 23,5 + 1,32(n-1)}{2} \cdot n$
$130,7 = (23,5 + 0,66 \cdot (n-1)) \cdot n$
$130,7 = (23,5 + 0,66n - 0,66) \cdot n$
$130,7 = 23,5n + 0,66n^2 - 0,66n$
Розв'яжемо останню рівність відносно n.
$0,66n^2 + 22,84n - 130,7 = 0$
$D = b^2 - 4ac$
$D = (22,84)^2 - 4 \cdot 0,66 \cdot (-130,7) = 521,6656 + 345,048 = 866,7136$
$n = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$
$n = \dfrac{-22,84 \pm \sqrt{866,7136}}{2 \cdot 0,66}$
$n = \dfrac{-22,84 \pm 29,44}{1,32}$
$n_1 = \dfrac{-22,84 + 29,44}{1,32} = 5$
$n_2 = \dfrac{-22,84 - 29,44}{1,32} = -39,60606$
n_2 – сторонній корінь, бо n має бути натуральним. Отже, $n = 5$.
Відповідь: 5.

Приклад 16.
Маємо геометричну прогресію виду: $1,5; 1,8; 2,16; \ldots;$. Знайти b_4.
Розв'язок.

Спочатку знайдемо знаменник $q = \dfrac{1,8}{1,5} = 1,2$.
Використаємо формулу $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ і обчислимо b_4.
$b_4 = 1,5 \cdot (1,2)^{4-1} = 1,5 \cdot (1,2)^3 = 1,5 \cdot 1,728 = 2,592$.
Відповідь: $2,592$.

Приклад 17.
Маємо геометричну прогресію виду: $1,5; 1,8; 2,16; \ldots ;$. Знайти S_4.
Розв'язок.
Спочатку знайдемо знаменник $q = \dfrac{1,8}{1,5} = 1,2$.
Використаємо формулу $S_n = \dfrac{b_1 \cdot (1-q^n)}{1-q}$.
$S_4 = \dfrac{1,5 \cdot (1-(1,2)^4)}{1-1,2} = \dfrac{1,5 \cdot (1-2,0736)}{-0,2} = \dfrac{1,5 \cdot (-1,0736)}{-0,2} = 8,052$
Відповідь: $8,052$.

Приклад 18.
Маємо геометричну прогресію виду: $1,5; 1,8; 2,16; \ldots$, а n-ий член прогресії $b_n = 2,592$. Знайти n.
Розв'язок.
Спочатку знайдемо знаменник $q = \dfrac{1,8}{1,5} = 1,2$.
Використаємо формулу $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ і отримаємо:
$2,592 = 1,5 \cdot (1,2)^{n-1}$
$1,728 = (1,2)^{n-1}$
$(1,2)^3 = (1,2)^{n-1}$
$3 = n-1$
$n = 4$
Відповідь: 4.

Приклад 19.
Маємо арифметичну прогресію. $a_{10} = 14,91; a_{14} = 20,11$. Знайти a_1.
Розв'язок.
На основі формули $a_n = a_1 + d(n-1)$ отримаємо:
$a_{10} = a_1 + 9d$,
$a_{14} = a_1 + 13d$.
Виразимо з першого рівняння a_1:
$a_1 = a_{10} - 9d$
і підставимо в друге:
$a_{14} = a_{10} - 9d + 13d$

Спростимо це рівняння:
$a_{14} - a_{10} = -9d + 13d$
$a_{14} - a_{10} = 4d$
$d = \dfrac{a_{14} - a_{10}}{4}$
$d = \dfrac{20,11 - 14,91}{4} = 1,3.$
Залишилось знайти a_1.
$a_1 = a_{10} - 9d = 14,91 - 9 \cdot 1,3 = 3,21$
Відповідь: $3,21$**.**

Приклад 20.
Маємо арифметичну прогресію. $a_{10} = 14,91; a_{14} = 20,11$. Знайти d.
Розв'язок.
На основі формули $a_n = a_1 + d(n-1)$ отримаємо:
$a_{10} = a_1 + 9d,$
$a_{14} = a_1 + 13d.$
Оскільки, з першого рівняння $a_1 = a_{10} - 9d$, а з другого – $a_1 = a_{14} - 13d$, то можемо прирівняти ліві частини:
$a_{10} - 9d = a_{14} - 13d.$
Шукаємо d:
$13d - 9d = a_{14} - a_{10}$
$4d = a_{14} - a_{10} = 20,11 - 14,91 = 5,2$
$d = 1,3$
Відповідь: $1,3$**.**

Приклад 21.
Маємо арифметичну прогресію. $a_{10} = 14,91; a_{14} = 20,11$. Знайти S_9.
Розв'язок.
На основі формули $a_n = a_1 + d(n-1)$ отримаємо:
$a_{10} = a_1 + 9d,$
$a_{14} = a_1 + 13d.$
Оскільки, з першого рівняння $a_1 = a_{10} - 9d$, а з другого – $a_1 = a_{14} - 13d$, то можемо прирівняти ліві частини:
$a_{10} - 9d = a_{14} - 13d.$
Шукаємо d:
$13d - 9d = a_{14} - a_{10}$
$4d = a_{14} - a_{10} = 20,11 - 14,91 = 5,2$
$d = 1,3$
З формули $a_1 = a_{10} - 9d$ випливає, що $a_1 = 14,91 - 9 \cdot 1,3 = 3,21$
Залишилось обчислити S_9.

$S_9 = \frac{2 \cdot 3,21 + 8 \cdot 1,3}{2} \cdot 9 = \frac{6,42 + 10,4}{2} \cdot 9 = 8,41 \cdot 9 = 75,69.$
Відповідь: $75,69$**.**

Приклад 22.
Маємо арифметичну прогресію. $a_{10} = 14,91; a_{14} = 20,11$. Знайти a_9.
Розв'язок.
На основі формули $a_n = a_1 + d(n-1)$ отримаємо:
$a_{10} = a_1 + 9d,$
$a_{14} = a_1 + 13d.$
Оскільки, з першого рівняння $a_1 = a_{10} - 9d$, а з другого – $a_1 = a_{14} - 13d$, то можемо прирівняти ліві частини:
$a_{10} - 9d = a_{14} - 13d.$
Шукаємо d:
$13d - 9d = a_{14} - a_{10}$
$4d = a_{14} - a_{10} = 20,11 - 14,91 = 5,2$
$d = 1,3$
З формули $a_1 = a_{10} - 9d$ випливає, що $a_1 = 14,91 - 9 \cdot 1,3 = 3,21$
Обчислимо a_9 за формулою $a_n = a_1 + d(n-1)$.
$a_9 = 3,21 + 1,3 \cdot (9-1) = 3,21 + 1,3 \cdot 8 = 3,21 + 10,4 = 13,61.$
Відповідь: $13,61$**.**

Приклад 23.
Маємо геометричну прогресію. $b_5 = 16; b_8 = 2$. Знайти b_1.
Розв'язок.
На основі формули $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ отримаємо:
$b_5 = b_1 \cdot q^4,$
$b_8 = b_1 \cdot q^7.$
Оскільки, з першого рівняння $b_1 = \frac{b_5}{q^4}$, а з другого $b_1 = \frac{b_8}{q^7}$, то можемо прирівняти ліві частини:
$\frac{b_5}{q^4} = \frac{b_8}{q^7}.$
Шукаємо q:
$\frac{16}{q^4} = \frac{2}{q^7}$
$16 \cdot q^7 = 2 \cdot q^4$
$8 \cdot q^7 = q^4$
$q^7 = \frac{1}{8} \cdot q^4.$
Оскільки $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ (властивість степеня), то

$q^{7-4} = \dfrac{1}{8}$

$q^3 = \dfrac{1}{8}$

$q = \dfrac{1}{2}$

З формули $b_1 = \dfrac{b_5}{q^4}$ випливає, що $b_1 = \dfrac{16}{\left(\dfrac{1}{2}\right)^4} = \dfrac{16}{\dfrac{1}{16}} = 16^2 = 256$.

Відповідь: 256.

Приклад 24.
Маємо геометричну прогресію. $b_5 = 16; b_8 = 2$. Знайти q.
Розв'язок.
На основі формули $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ отримаємо:
$b_5 = b_1 \cdot q^4$,
$b_8 = b_1 \cdot q^7$.
Оскільки, з першого рівняння $b_1 = \dfrac{b_5}{q^4}$, а з другого $b_1 = \dfrac{b_8}{q^7}$, то можемо прирівняти ліві частини:

$\dfrac{b_5}{q^4} = \dfrac{b_8}{q^7}$.

Шукаємо q:

$\dfrac{16}{q^4} = \dfrac{2}{q^7}$

$16 \cdot q^7 = 2 \cdot q^4$

$8 \cdot q^7 = q^4$

$q^7 = \dfrac{1}{8} \cdot q^4$.

Оскільки $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$ (властивість степеня), то

$q^{7-4} = \dfrac{1}{8}$

$q^3 = \dfrac{1}{8}$

$q = \dfrac{1}{2} = 0,5$.

Відповідь: $0,5$.

Приклад 25.
Маємо геометричну прогресію. $b_5 = 16; b_8 = 2$. Знайти S_7.
Розв'язок.
На основі формули $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ отримаємо:

$b_5 = b_1 \cdot q^4$, $b_8 = b_1 \cdot q^7$.

Оскільки, з першого рівняння $b_1 = \dfrac{b_5}{q^4}$, а з другого $b_1 = \dfrac{b_8}{q^7}$, то можемо прирівняти ліві частини:

$\dfrac{b_5}{q^4} = \dfrac{b_8}{q^7}$.

Шукаємо q:

$\dfrac{16}{q^4} = \dfrac{2}{q^7}$

$16 \cdot q^7 = 2 \cdot q^4$

$8 \cdot q^7 = q^4$

$q^7 = \dfrac{1}{8} \cdot q^4$.

$q^{7-4} = \dfrac{1}{8}$

$q^3 = \dfrac{1}{8}$

$q = \dfrac{1}{2}$

З формули $b_1 = \dfrac{b_5}{q^4}$ випливає, що $b_1 = \dfrac{16}{\left(\dfrac{1}{2}\right)^4} = \dfrac{16}{\dfrac{1}{16}} = 16^2 = 256$.

Підставимо в $S_n = \dfrac{b_1(1-q^n)}{1-q}$ наші дані.

$S_7 = \dfrac{256(1-(0,5)^7)}{1-0,5} = \dfrac{254}{0,5} = 508$.

Відповідь: 508**.**

Приклад 26.

Маємо геометричну прогресію. $b_5 = 16; b_8 = 2$. Знайти b_7.

Розв'язок.

На основі формули $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ отримаємо:

$b_5 = b_1 \cdot q^4$, $b_8 = b_1 \cdot q^7$.

Оскільки, з першого рівняння $b_1 = \dfrac{b_5}{q^4}$, а з другого $b_1 = \dfrac{b_8}{q^7}$, то можемо прирівняти ліві частини:

$\dfrac{b_5}{q^4} = \dfrac{b_8}{q^7}$.

Шукаємо q:

$\dfrac{16}{q^4} = \dfrac{2}{q^7}$

$16 \cdot q^7 = 2 \cdot q^4$

$8 \cdot q^7 = q^4$
$q^7 = \frac{1}{8} \cdot q^4.$
$q^{7-4} = \frac{1}{8}$
$q^3 = \frac{1}{8}$
$q = \frac{1}{2}$
З формули $b_1 = \frac{b_5}{q^4}$ випливає, що $b_1 = \frac{16}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} = \frac{16}{\frac{1}{16}} = 16^2 = 256.$
Підставимо в $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ наші дані.
$b_7 = 256 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 = 256 \cdot \frac{1}{64} = 4.$
Відповідь: 4.

Приклад 27.
Маємо геометричну прогресію. $b_5 = 32; b_7 = 8$. Знайти $|q|$.
Розв'язок.
На основі формули $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ отримаємо:
$b_5 = b_1 \cdot q^4$, $b_7 = b_1 \cdot q^6$.
Оскільки, з першого рівняння $b_1 = \frac{b_5}{q^4}$, а з другого $b_1 = \frac{b_7}{q^6}$, то можемо прирівняти ліві частини $\frac{b_5}{q^4} = \frac{b_7}{q^6}$.
З останньої рівності знайдемо $|q|$:
$q^6 \cdot b_5 = q^4 \cdot b_7$
$\frac{q^6}{q^4} = \frac{b_7}{b_5}.$
$q^2 = \frac{b_7}{b_5} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}.$
Оскільки $\sqrt{a^2} = |a|$ (властивість арифметичних коренів), то
$|q| = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2} = 0,5.$
Відповідь: $0,5$.

Приклад 28.
Маємо арифметичну прогресію для якої виконується рівність

$$a_{10} + a_{14} = 26,8.$$

Знайти a_{12}.

Розв'язок.
З формули $a_n = a_1 + d(n-1)$ отримаємо:
$a_{10} = a_1 + 9d$,
$a_{14} = a_1 + 13d$.
Додамо дві попередні рівності і матимемо наступне:
$a_1 + 9d + a_1 + 13d = a_{10} + a_{14}$.
Замінимо $a_{10} + a_{14}$ на $26,8$ (див. умову): $a_1 + 9d + a_1 + 13d = 26,8$.
Спостимо цю рівність:
$2 \cdot a_1 + 22 \cdot d = 26,8$
$a_1 + 11 \cdot d = 13,4$
Обчислимо a_{12} за формулою $a_n = a_1 + d(n-1)$:
$a_{12} = a_1 + 11 \cdot d = 13,4$.
Відповідь: $13,4$**.**

Приклад 29.
Маємо геометричну прогресію для якої виконується рівність

$$b_{10} \cdot b_{14} = 228,01.$$

Знайти $|b_{12}|$.
Розв'язок.
На основі формули $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ отримаємо:
$b_{10} = b_1 \cdot q^9$, $b_{14} = b_1 \cdot q^{13}$.
Помножимо дві останні рівності і матимемо:
$b_{10} \cdot b_{14} = b_1 \cdot q^9 \cdot b_1 \cdot q^{13}$,
$b_{10} \cdot b_{14} = b_1^2 \cdot q^{22}$.
Оскільки $b_{10} \cdot b_{14} = 228,01$, то
$b_1^2 \cdot q^{22} = 228,01$,
$b_1 \cdot q^{11} = 15,1$,
$|b_{12}| = b_1 \cdot q^{11} = 15,1$.
Відповідь: $15,1$**.**

Приклад 30.
Маємо рівність $a_{10} + a_{14} = 26,8$. $a_3 = 3,2$. Знайти a_{21}.
Розв'язок.
Оскільки $a_k + a_m = a_p + a_q$, де $k + m = p + q$, то
$a_{10} + a_{14} = a_3 + a_{21}$
Звідси
$a_{21} = a_{10} + a_{14} - a_3 = 26,8 - 3,2 = 23,6$
Відповідь: $23,6$**.**