

Монотонність послідовності

Комп'ютерна верстка: Висп'яньський Ігор (email: virua@ukr.net)

Приклад завантажено із сайту: <http://formula.co.ua/>

Дата публікації: 7 вересня 2009 року

Приклад

Довести монотонність послідовності, яка задається формулою загального члена

$$a_n = \frac{3n + 1}{2n - 1}, n \in N.$$

Розв'язок

Розглянемо різницю між $(n + 1)$ -м і n -м членом послідовності. Оскільки

$$a_{n+1} = \frac{3(n + 1) + 1}{2(n + 1) - 1} = \frac{3n + 3 + 1}{2n + 2 - 1} = \frac{3n + 4}{2n + 1}.$$

То

$$\begin{aligned} a_{n+1} - a_n &= \frac{3n + 4}{2n + 1} - \frac{3n + 1}{2n - 1} = \frac{(3n + 4) \cdot (2n - 1) - (3n + 1) \cdot (2n + 1)}{(2n + 1)(2n - 1)} = \\ &= \frac{6n^2 - 3n + 8n - 4 - 6n^2 - 3n - 2n - 1}{(2n + 1)(2n - 1)} = \frac{-5}{(2n + 1)(2n - 1)}. \end{aligned}$$

Бачимо, що чисельник дробу від'ємний, знаменник додатний для будь-якого натурального n . Звідси випливає, що весь дріб від'ємний для будь-якого $n \in N$, тому

$$a_{n+1} - a_n < 0.$$

А, отже

$$a_{n+1} < a_n.$$

Тобто дана послідовність – спадна.