

Збірка прикладів на тему: "Логарифмічні рівняння"

Уклад: Виспянський Ігор (e-mail: virua@ukr.net)

Дата останнього оновлення: 15.07.07

Веб-сайт: <http://www.formula.co.ua>

Приклад 1.

Розв'язати рівняння

$$\log_6(x+5) = 2.$$

Розв'язування.

$$\log_6(x+5) = 2$$

$$x+5 = 6^2$$

$$x+5 = 36$$

$$x = 31.$$

Відповідь: 31.

Приклад 2.

Розв'язати рівняння

$$\log_3\left(\frac{x}{3}-1\right) = -1.$$

Розв'язування.

$$\log_3\left(\frac{x}{3}-1\right) = -1$$

$$3^{-1} = \frac{x}{3} - 1$$

$$\frac{1}{3} = \frac{x-3}{3}$$

$$x-3 = 1$$

$$x = 4.$$

Відповідь: 4.

Приклад 3.

Розв'язати рівняння

$$\log_4 \log_2 \log_3 x = 0,5.$$

Розв'язування.

$$\log_4 \log_2 \log_3 x = 0,5$$

$$\log_2 \log_3 x = 4^{0,5}$$

$$\log_2 \log_3 x = 2$$

$$\log_3 x = 2^2$$

$$\log_3 x = 4$$

$$x = 3^4$$

$$x = 81.$$

Відповідь: 81.

Приклад 4.

Розв'язати рівняння

$$2\log_{\sqrt{2}} x - 3 = \log_2 x .$$

Розв'язування.

$$2\log_{\sqrt{2}} x - 3 = \log_2 x$$

$$2\log_{\frac{1}{2^2}} x - 3 = \log_2 x$$

$$2 \cdot 2 \cdot \log_2 x - 3 = \log_2 x$$

$$4\log_2 x - \log_2 x = 3$$

$$3\log_2 x = 3$$

$$\log_2 x = 1$$

$$x = 2 .$$

Відповідь: 2.

Приклад 5.

Розв'язати рівняння

$$\log_{0,5}\left(\frac{x}{2} - 2\right) - 2\log_{0,5}\left(2 - \frac{x}{2}\right)^2 = -6 .$$

Розв'язування.

$$\log_{0,5}\left(\frac{x}{2} - 2\right) - 2\log_{0,5}\left(2 - \frac{x}{2}\right)^2 = -6$$

$$\log_{0,5}\left(\frac{x}{2} - 2\right) - 2\log_{0,5}\left(-\left(\frac{x}{2} - 2\right)\right)^2 = -6$$

$$\log_{0,5}\left(\frac{x}{2} - 2\right) - 4\log_{0,5}\left(\frac{x}{2} - 2\right) = -6$$

$$-3\log_{0,5}\left(\frac{x}{2} - 2\right) = -6$$

$$\log_{0,5}\left(\frac{x}{2} - 2\right) = 2$$

$$\frac{x}{2} - 2 = 0,5^2$$

$$\frac{x}{2} - 2 = 0,25$$

$$\frac{x}{2} = 0,25 + 2$$

$$x = 2,25 \cdot 2$$

$$x = 4,5 .$$

Відповідь: 4,5.

Приклад 6.

Розв'язати рівняння

$$\log_2^2(-x) - 5\log_2 x^2 + 25 = 0 .$$

Розв'язування.

$$\log_2^2(-x) - 5\log_2 x^2 + 25 = 0$$

$$\log_2^2(-x) - 5\log_2(-x)^2 + 25 = 0$$

$$\log_2^2(-x) - 10\log_2(-x) + 25 = 0$$

Зробимо заміну $\log_2(-x) = y$.

$$y^2 - 10y + 25 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 10^2 - 4 \cdot 1 \cdot 25 = 100 - 100 = 0$$

$$y_1 = y_2 = 5$$

$$\log_2(-x) = 5$$

$$-x = 2^5$$

$$-x = 32$$

$$x = -32.$$

Відповідь: -32.

Приклад 7.

Розв'язати рівняння

$$\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2.$$

Розв'язування.

$$\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$$

$$\log_{2^2} \log_2 x + \log_2 \log_{2^2} x = 2$$

$$\frac{1}{2} \log_2 \log_2 x + \log_2 \left(\frac{1}{2} \log_2 x \right) = 2$$

$$\frac{1}{2} \log_2 \log_2 x + \log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \log_2 x = 2$$

$$\frac{1}{2} \log_2 \log_2 x + \log_2 2^{-1} + \log_2 \log_2 x = 2$$

$$\frac{1}{2} \log_2 \log_2 x - 1 + \log_2 \log_2 x = 2$$

$$1,5 \cdot \log_2 \log_2 x = 2 + 1$$

$$1,5 \cdot \log_2 \log_2 x = 3$$

$$\log_2 \log_2 x = 2$$

$$\log_2 x = 2^2$$

$$\log_2 x = 4$$

$$x = 2^4$$

$$x = 16.$$

Відповідь: 16.

Приклад 8.

Визначити найбільший розв'язок рівняння

$$x^{\lg x} = 100x.$$

Розв'язування.

$$x^{\lg x} = 100x \quad | \lg$$

$$\lg x^{\lg x} = \lg(100x)$$

$$\lg x \cdot \lg x = \lg 100 + \lg x$$

Зробимо заміну $\lg x = y$.

$$y^2 = 2 + y$$

$$y^2 - y - 2 = 0$$

$$y_1 = 2, \quad y_2 = -1$$

$$\lg x = 2, \quad x = 100$$

$$\lg x = -1, \quad x = 0,1.$$

Відповідь: 100.

Приклад 9.

Розв'язати рівняння

$$2^{\log_3 x+3} - 5 \cdot x^{\log_3 2} = 24.$$

Розв'язування.

$$2^{\log_3 x+3} - 5 \cdot x^{\log_3 2} = 24$$

$$2^{\log_3 x} \cdot 2^3 - 5 \cdot x^{\log_3 2} = 24$$

$$8 \cdot 2^{\log_3 x} - 5 \cdot 2^{\log_3 x} = 24$$

Зробимо заміну $2^{\log_3 x} = y$.

$$8y - 5y = 24$$

$$3y = 24$$

$$y = 8$$

$$2^{\log_3 x} = 8$$

$$2^{\log_3 x} = 2^3$$

$$\log_3 x = 3$$

$$x = 3^3$$

$$x = 27.$$

Відповідь: 27.**Приклад 10.**

Визначити найменший корінь рівняння

$$\log_{x-1}(3x-5) = 2.$$

Розв'язування.

$$\log_{x-1}(3x-5) = 2$$

$$3x-5 = (x-1)^2$$

$$3x-5 = x^2 - 2x + 1$$

$$x^2 - 2x + 1 - 3x + 5 = 0$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x_1 = 2, \quad x_2 = 3.$$

Оскільки $x = 2$ – сторонній корінь, то найменший корінь рівняння такий:

$$x = 3.$$

Відповідь: 3.