# Збірка прикладів на тему: "Властивості функції"

Уклав: Виспянський Ігор (e-mail: virua@ukr.net)

Дата останнього оновлення: 06.11.06

Веб-сайт: http://www.formula.co.ua

**Приклад 1.**
Функція $y = f(x)$ визначена на множині

$$D = \{-5, 0, 1, 2\}$$

і

$$f(-5) = 8, f(0) = -7, f(1) = -3, f(2) = 1.$$

Чому дорівнює добуток найменшого і найбільшого значення оберненої до даної функції?
**Розв'язок.**
Оскільки $f^{-1}(8) = -5, f^{-1}(-7) = 0, f^{-1}(-3) = 1, f^{-1}(1) = 2$, то найменше значення є $-5$, а найбільше – 2. Їх добуток $-5 \cdot 2 = -10$.
**Відповідь:** $-10$.

**Приклад 2.**
Функція $y = f(x)$ визначена на множині

$$D = \{-5, 0, 1, 2\}$$

і

$$f(-5) = 8, f(0) = -7, f(1) = -3, f(2) = 1.$$

Чому дорівнює найменше число в області визначення оберненої до даної функції?
**Відповідь:** $-7$.

**Приклад 3.**
Функції $f(x)$, $g(x)$ – непарні і $f(-5) = 2$, $g(2) = -5$. Обчислити

$$-2f(5) + 3g(-2).$$

**Розв'язок.**

$$-2f(5) + 3g(-2) = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 4 + 15 = 19$$

**Відповідь:** 19.

**Приклад 4.**
Функція $f(x)$ – парна, а $g(x)$ – непарна і $f(-7) = -11$, $g(5) = -2$. Обчислити

$$f(13 - 3g(-5)).$$

**Розв'язок.**

$$f(13 - 3g(-5)) = f(13 - 3 \cdot 2) = f(7) = -11.$$

**Відповідь:** $-11$.

**Приклад 5.**
При якому значенні параметра $a$ функція $f(x) = (a^2-4)x^2+(a+3)x+a-2$ буде непарною?
**Розв'язок.**

$$f(-x) = -f(x)$$
$$f(-x) = (a^2 - 4)x^2 - (a + 3)x + a - 2$$
$$-f(x) = -(a^2 - 4)x^2 - (a + 3)x - (a - 2)$$
$$(a^2 - 4)x^2 - (a + 3)x + a - 2 = -(a^2 - 4)x^2 - (a + 3)x - (a - 2)$$
$$2(a^2 - 4)x^2 + 2(a - 2) = 0$$
$$\begin{cases} a^2 - 4 = 0 \\ a - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow a = 2.$$

**Відповідь:** 2.

**Приклад 6.**
Функція $f(x)$ приймає два значення: 1, коли аргумент $x$ є числом раціональним, і 0, коли аргумент $x$ є числом ірраціональним. Обчислити

$$2f(-2\pi) + 3f(0,171717\ldots).$$

**Розв'язок.**

$$2f(-2\pi) + 3f(0,171717\ldots) = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 3$$

**Відповідь:** 3.

**Приклад 7.**
При якому значенні параметра $a$ графік функції $y = x^2 + 2x + 21 + a$ буде дотикатися осі $OX$?
**Розв'язок.**

$$x^2 + 2x + 21 + a = 0$$
$$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (21 + a) = 4 - 4\,(21 + a) = 4\,(1 - 21 - a)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4\,(1 - 21 - a)}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{1 - 21 - a}}{2} =$$

$$= -1 \pm \sqrt{1 - 21 - a}.$$

$$1 - 21 - a = 0$$

$$a = 1 - 21$$

$$a = -20$$

**Відповідь:** $-20$.

**Приклад 8.**
Обчислити найменше значення функції $y = x^2 + 5$.
**Розв'язок.**
Оскільки $x^2 \geq 0$, то найменше значення функції рівне $0 + 5 = 5$.
**Відповідь:** 5.

**Приклад 9.**
Обчислити найменше значення функції $y = |x| + 7$.
**Розв'язок.**
Оскільки $|x| \geq 0$, то найменше значення функції рівне $0 + 7 = 7$.
**Відповідь:** 7.

**Приклад 10.**
Обчислити найменше значення функції $y = \cos(3x) + 2$.
**Розв'язок.**
Оскільки

$$-1 \leq \cos(3x) \leq 1,$$

то найменше значення функції рівне $-1 + 2 = 1$.
**Відповідь:** 1.

**Приклад 11.**
Обчислити найменше значення функції $y = \sin(2x + 1) - 1$.
**Розв'язок.**
Оскільки

$$-1 \leq \sin(2x + 1) \leq 1,$$

то найменше значення функції рівне $-1 - 1 = -2$.
**Відповідь:** $-2$.

**Приклад 12.**
Обчислити найменше значення функції $y = 5 + \sqrt{x - 2}$.

**Розв'язок.**
Оскільки $\sqrt{x-2} \geq 0$, то найменше значення функції рівне $5+0=5$.
**Відповідь:** 5.

**Приклад 13.**
Обчислити найменше значення функції $y = 5^{\sin x+1} - 1$.
**Розв'язок.**
Оскільки $5^{\sin x+1} \geq 1$, то найменше значення функції рівне $1-1=0$.
**Відповідь:** 0.

**Приклад 14.**
Обчислити область визначення функції $y = \sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{x-3}$.
**Розв'язок.**

$$12 - x - x^2 \geq 0$$
$$x^2 + x - 12 \leq 0$$
$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$
$$x_1 = \frac{-1+7}{2} = 3$$
$$x_2 = \frac{-1-7}{2} = -4$$
$$x \in [-4; 3].$$
$$x - 3 \geq 0$$
$$x \geq 3$$
$$x \in [3; +\infty).$$
$$[-4; 3] \cap [3; +\infty) = \{3\}$$

**Відповідь:** 3.

**Приклад 15.**
Визначити суму цілих значень $x$, що входять в область визначення функції:

$$y = \lg(3x - x^2).$$

**Розв'язок.**

$$3x - x^2 > 0$$

$$x(3-x) > 0$$

$$x \in (0;3).$$

Цілі значення $x$, що входять в область визначення функції: $1, 2$.
Сума цілих значень $x$: $1 + 2 = 3$.
**Відповідь:** 3**.**