

Збірка прикладів на тему: "Властивості функції"

Уклав: Виспянський Ігор (e-mail: virua@ukr.net)

Дата останнього оновлення: 06.11.06

Веб-сайт: <http://www.formula.co.ua>

Приклад 1.

Функція $y = f(x)$ визначена на множині

$$D = \{-5, 0, 1, 2\}$$

і

$$f(-5) = 8, f(0) = -7, f(1) = -3, f(2) = 1.$$

Чому дорівнює добуток найменшого і найбільшого значення оберненої до даної функції?

Розв'язок.

Оскільки $f^{-1}(8) = -5$, $f^{-1}(-7) = 0$, $f^{-1}(-3) = 1$, $f^{-1}(1) = 2$, то найменше значення є -5 , а найбільше -2 . Їх добуток $-5 \cdot 2 = -10$.

Відповідь: -10 .

Приклад 2.

Функція $y = f(x)$ визначена на множині

$$D = \{-5, 0, 1, 2\}$$

і

$$f(-5) = 8, f(0) = -7, f(1) = -3, f(2) = 1.$$

Чому дорівнює найменше число в області визначення оберненої до даної функції?

Відповідь: -7 .

Приклад 3.

Функції $f(x)$, $g(x)$ – непарні і $f(-5) = 2$, $g(2) = -5$. Обчислити

$$-2f(5) + 3g(-2).$$

Розв'язок.

$$-2f(5) + 3g(-2) = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 5 = 4 + 15 = 19$$

Відповідь: 19 .

Приклад 4.

Функція $f(x)$ – парна, а $g(x)$ – непарна і $f(-7) = -11$, $g(5) = -2$. Обчислити

$$f(13 - 3g(-5)).$$

Розв'язок.

$$f(13 - 3g(-5)) = f(13 - 3 \cdot 2) = f(7) = -11.$$

Відповідь: -11 .

Приклад 5.

При якому значенні параметра a функція $f(x) = (a^2 - 4)x^2 + (a + 3)x + a - 2$ буде непарною?

Розв'язок.

$$\begin{aligned} f(-x) &= -f(x) \\ f(-x) &= (a^2 - 4)x^2 - (a + 3)x + a - 2 \\ -f(x) &= -(a^2 - 4)x^2 - (a + 3)x - (a - 2) \\ (a^2 - 4)x^2 - (a + 3)x + a - 2 &= -(a^2 - 4)x^2 - (a + 3)x - (a - 2) \\ 2(a^2 - 4)x^2 + 2(a - 2) &= 0 \\ \begin{cases} a^2 - 4 = 0 \\ a - 2 = 0 \end{cases} &\Rightarrow a = 2. \end{aligned}$$

Відповідь: 2 .

Приклад 6.

Функція $f(x)$ приймає два значення: 1 , коли аргумент x є числом раціональним, і 0 , коли аргумент x є числом ірраціональним. Обчислити

$$2f(-2\pi) + 3f(0, 171717\dots).$$

Розв'язок.

$$2f(-2\pi) + 3f(0, 171717\dots) = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 3$$

Відповідь: 3 .

Приклад 7.

При якому значенні параметра a графік функції $y = x^2 + 2x + 21 + a$ буде дотикатися осі OX ?

Розв'язок.

$$\begin{aligned} x^2 + 2x + 21 + a &= 0 \\ D = b^2 - 4ac &= 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (21 + a) = 4 - 4(21 + a) = 4(1 - 21 - a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{1,2} &= \frac{-2 \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{4(1 - 21 - a)}}{2} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{1 - 21 - a}}{2} = \\
&= -1 \pm \sqrt{1 - 21 - a}. \\
1 - 21 - a &= 0 \\
a &= 1 - 21 \\
a &= -20
\end{aligned}$$

Відповідь: -20 .

Приклад 8.

Обчислити найменше значення функції $y = x^2 + 5$.

Розв'язок.

Оскільки $x^2 \geq 0$, то найменше значення функції рівне $0 + 5 = 5$.

Відповідь: 5 .

Приклад 9.

Обчислити найменше значення функції $y = |x| + 7$.

Розв'язок.

Оскільки $|x| \geq 0$, то найменше значення функції рівне $0 + 7 = 7$.

Відповідь: 7 .

Приклад 10.

Обчислити найменше значення функції $y = \cos(3x) + 2$.

Розв'язок.

Оскільки

$$-1 \leq \cos(3x) \leq 1,$$

то найменше значення функції рівне $-1 + 2 = 1$.

Відповідь: 1 .

Приклад 11.

Обчислити найменше значення функції $y = \sin(2x + 1) - 1$.

Розв'язок.

Оскільки

$$-1 \leq \sin(2x + 1) \leq 1,$$

то найменше значення функції рівне $-1 - 1 = -2$.

Відповідь: -2 .

Приклад 12.

Обчислити найменше значення функції $y = 5 + \sqrt{x - 2}$.

Розв'язок.

Оскільки $\sqrt{x-2} \geq 0$, то найменше значення функції рівне $5 + 0 = 5$.

Відповідь: 5.

Приклад 13.

Обчислити найменше значення функції $y = 5^{\sin x+1} - 1$.

Розв'язок.

Оскільки $5^{\sin x+1} \geq 1$, то найменше значення функції рівне $1 - 1 = 0$.

Відповідь: 0.

Приклад 14.

Обчислити область визначення функції $y = \sqrt{12 - x - x^2} + \sqrt{x - 3}$.

Розв'язок.

$$12 - x - x^2 \geq 0$$

$$x^2 + x - 12 \leq 0$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 1 + 48 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{-1 + 7}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{-1 - 7}{2} = -4$$

$$x \in [-4; 3].$$

$$x - 3 \geq 0$$

$$x \geq 3$$

$$x \in [3; +\infty).$$

$$[-4; 3] \cap [3; +\infty) = \{3\}$$

Відповідь: 3.

Приклад 15.

Визначити суму цілих значень x , що входять в область визначення функції:

$$y = \lg(3x - x^2).$$

Розв'язок.

$$3x - x^2 > 0$$

$$x(3 - x) > 0$$

$$x \in (0; 3).$$

Цілі значення x , що входять в область визначення функції: 1, 2.

Сума цілих значень x : $1 + 2 = 3$.

Відповідь: 3.