

Збірка прикладів на тему: "Система рівнянь"

Уклад: Висп'яньський Ігор (e-mail: virua@ukr.net)

Дата останнього оновлення: 16.07.07

Веб-сайт: <http://www.formula.co.ua>

Приклад 1.

Розв'язати систему рівнянь

$$8x - 3y = 46,$$

$$5x + 6y = 13.$$

Розв'язок.

1) З першого рівняння знаходимо x через дані числа і невідоме y :

$$x = \frac{46 + 3y}{8}.$$

2) Підставляємо цей вираз в друге рівняння:

$$5 \cdot \frac{46 + 3y}{8} + 6y = 13.$$

3) Розв'язуємо отримане рівняння:

$$5(46 + 3y) + 48y = 104,$$

$$230 + 15y + 48y = 104,$$

$$15y + 48y = 104 - 230,$$

$$63y = -126,$$

$$y = -2.$$

4) Знайдене значення $y = -2$ підставляємо у вираз $x = \frac{46 + 3y}{8}$ і отримаємо

$$x = \frac{46 - 6}{8} = 5.$$

Відповідь: (5; -2).

Приклад 2.

Розв'язати систему рівнянь

$$10x + 6y = 18,$$

$$5x + 3y = 9.$$

Розв'язок.

В даній системі коефіцієнти при невідомих x і y пропорційні:

$$\frac{10}{5} = \frac{6}{3} = 2.$$

В тому ж відношенні знаходяться і вільні члени:

$$\frac{18}{9} = 2.$$

Кожне з цих рівнянь є наслідком іншого. Наприклад, перше виходить з другого множенням обох частин останнього на 2. Будь-який з нескінченної множини розв'язків одного з рівнянь є також розв'язком іншого.

Відповідь: система має нескінчену множину розв'язків.

Приклад 3.

Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{aligned}3x - 2y + 5z &= 7, \\7x + 4y - 8z &= 3, \\5x - 3y - 4z &= -12.\end{aligned}$$

Розв'язок.

Візьмемо два рівняння цієї системи, наприклад перше і друге, і будемо виходити з припущення, що одне із невідомих, наприклад z , вже знайдене, тобто є відомою величиною. Розв'язуючи взятую систему відносно невідомих x , y , знайдемо

$$x = \frac{17 - 2z}{13}, \quad y = \frac{59z - 40}{26}.$$

Підставивши ці вирази x , y в третє рівняння, отримаємо рівняння з однією невідомою

$$\frac{5(17 - 2z)}{13} - \frac{3(59z - 40)}{26} - 4z = -12.$$

Розв'язавши це рівняння, знайдемо $z = 2$. Підставивши це значення в вираз

$$x = \frac{17 - 2z}{13}, \quad y = \frac{59z - 40}{26},$$

отримаємо $x = 1$, $y = 3$.

Відповідь: (1; 3; 2).

Приклад 4.

Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{aligned}2x + y + z &= 7, \\x + 2y + z &= 8, \\x + y + 2z &= 9.\end{aligned}$$

Розв'язок.

Цю систему лінійних рівнянь можна розв'язати методом послідовного виключення (методом Гауса), проте простіше діяти так: додаючи рівняння, дістаємо

$$4(x + y + z) = 24,$$

звідси

$$x + y + z = 6.$$

Послідовно віднімаючи це рівняння від кожного рівняння системи, знаходимо

$$x = 1, \quad y = 2, \quad z = 3.$$

Відповідь: (1; 2; 3).

Приклад 5.

Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{aligned}x\sqrt{y} + y\sqrt{x} &= 6, \\x^2y + y^2x &= 20.\end{aligned}$$

Розв'язок.

Піднесемо до квадрату обидві частини першого рівняння:

$$x^2y + y^2x + 2xy\sqrt{xy} = 36.$$

Віднімаючи від цього рівняння друге рівняння системи, дістаємо $xy\sqrt{xy} = 8$ або $(xy)^3 = 64$, тобто $xy = 4$. Це рівняння і друге рівняння заданої системи утворюють систему

$$\begin{array}{l} xy = 4, \\ xy(x + y) = 20 \end{array} \quad \text{або} \quad \begin{array}{l} xy = 4, \\ x + y = 5. \end{array}$$

Звідси знаходимо дві пари розв'язків:

$$\begin{array}{l} x_1 = 4 \quad x_2 = 1 \\ y_1 = 1 \quad y_2 = 4 \end{array}$$

Перевіркою переконуємося, що обидві пари задовольняють початкову систему рівнянь.

Відповідь: (4; 1), (1; 4).