

# Збірка прикладів на тему: "Рівняння"

Уклав: Виспянський Ігор (e-mail: [virua@ukr.net](mailto:virua@ukr.net))

Дата останнього оновлення: 22.10.06

Веб-сайт: <http://www.formula.co.ua>

**Приклад 1.**

$$\frac{x^3 - 27}{x - 3} = 27$$

Знайти розв'язок рівняння.

**Розв'язок.**

$$\begin{aligned} \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{x-3} &= 27 \\ x^2+3x+9 &= 27, \quad x \neq 3 \\ x^2+3x-18 &= 0, \quad x \neq 3 \\ D &= b^2 - 4ac \\ D &= 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 9 + 72 = 81 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-3 \pm 9}{2} \\ x_1 &= 3 - \text{сторонній корінь.} \\ x_2 &= -6 \end{aligned}$$

**Відповідь:**  $-6$ .

**Приклад 2.**

$$(x^2 + 2x)^2 - 4(x + 1)^2 + 7 = 0$$

Знайти найменший цілий розв'язок рівняння.

**Розв'язок.**

$$(x^2 + 2x)^2 - 4(x^2 + 2x + 1) + 7 = 0$$

Зробимо заміну  $x^2 + 2x = y$ .

$$\begin{aligned} y^2 - 4(y + 1) + 7 &= 0 \\ y^2 - 4y - 4 + 7 &= 0 \\ y^2 - 4y + 3 &= 0 \\ D &= b^2 - 4ac \\ D &= (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 \\ y &= \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} \\ y_1 &= 3 \\ y_2 &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x^2 + 2x &= 3 \\
x^2 + 2x - 3 &= 0 \\
D &= 4 - 4(-3) = 16 \\
x &= \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} \\
x_1 &= -3 \\
x_2 &= 1 \\
x^2 + 2x = 1 \quad x^2 + 2x - 1 &= 0 \\
D &= 4 - 4(-1) = 8 \\
x_{3,4} &= \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} \\
x_{3,4} &= -1 \pm \sqrt{2}
\end{aligned}$$

**Відповідь:**  $-3$ .

**Приклад 3.**

$$(3x + 1) : (2x - 1) = 4 : 3$$

Розв'язати рівняння.

**Розв'язок.**

$$\begin{aligned}
3(3x + 1) &= 4(2x - 1) \\
9x + 3 &= 8x - 4 \\
9x - 8x &= -4 - 3 \\
x &= -7
\end{aligned}$$

**Відповідь:**  $-7$ .

**Приклад 4.**

$$(x - 1) : 3 = (2x + 2) : 5$$

Розв'язати рівняння.

**Розв'язок.**

$$\begin{aligned}
5(x - 1) &= 3(2x + 2) \\
5x - 5 &= 6x + 6 \\
5x - 6x &= 6 + 5 \\
-x &= 11 \\
x &= -11
\end{aligned}$$

**Відповідь:**  $-11$ .

**Приклад 5.**

$$x^2 + (m - 2)x - 11 = 0$$

Знайти  $m$ , якщо  $x = -2$ .

**Розв'язок.**

Підставимо  $x$  в рівняння і розв'яжемо його відносно  $m$ .

$$\begin{aligned}(-2)^2 + (m - 2)(-2) - 11 &= 0 \\4 - 2m + 4 - 11 &= 0 \\-2m &= -4 - 4 + 11 \\-2m &= 3 \\m &= -\frac{3}{2} \\m &= -1,5\end{aligned}$$

**Відповідь:**  $-1, 5$ .

**Приклад 6.**

$$2x^2 + mx - 1 = 0$$

Знайти  $m$ , якщо  $x = 2$ .

**Розв'язок.**

Підставимо  $x$  в рівняння і розв'яжемо його відносно  $m$ .

$$\begin{aligned}2 \cdot 2^2 + 2m - 1 &= 0 \\2 \cdot 4 + 2m - 1 &= 0 \\8 + 2m - 1 &= 0 \\2m &= -8 + 1 \\2m &= -7 \\m &= -\frac{7}{2} \\m &= -3,5\end{aligned}$$

**Відповідь:**  $-3, 5$ .

**Приклад 7.**

$$2x^2 - 17x - 9 = 0$$

Знайти цілий розв'язок рівняння.

**Розв'язок.**

Спочатку знайдемо дискримінант за формулою  $D = b^2 - 4ac$ .

$$D = (-17)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-9) = 289 + 72 = 361, \\ \sqrt{D} = \sqrt{361} = 19.$$

Тепер знайдемо розв'язки за формулою  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ .

$$x_1 = \frac{17 + 19}{4} = 9 \\ x_2 = \frac{17 - 19}{4} = -\frac{2}{4}$$

**Відповідь:** 9.

**Приклад 8.**

$$\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} = 0$$

Знайти найбільший розв'язок рівняння.

**Розв'язок.**

$$x^2 - x - 2 = 0 \\ x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

Розв'яжемо рівняння  $x^2 - x - 2 = 0$ .

Знайдемо дискримінант за формулою  $D = b^2 - 4ac$ .

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2) = 1 + 8 = 9, \\ \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3.$$

Тепер знайдемо розв'язки за формулою  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ .

$$x_1 = \frac{1 + 3}{2} = 2 \\ x_2 = \frac{1 - 3}{2} = -1$$

Перевіримо, чи задовольняють знайдені корені додатковій умові

$$x^2 - 3x + 2 \neq 0$$

Підставимо  $x_1 = 2$ .

$$2^2 - 3 \cdot 2 + 2 = 4 - 6 + 2 = 0 \neq 0$$

Прийшли до суперечності. Отже,  $x_1$  – сторонній корінь.  
Підставимо  $x_2 = -1$ .

$$(-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 2 = 1 + 3 + 2 = 6 \neq 0$$

Отже,  $x_2$  – розв'язок рівняння.

**Відповідь:**  $-1$ .

**Приклад 9.**

$$x^2 - 2 \cdot 3^{\log_3 x} = 3$$

Знайти розв'язок рівняння.

**Розв'язок.**

Оскільки  $a^{\log_a b} = b$  (основна логарифмічна тотожність), то

$$x^2 - 2x = 3$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

Знайдемо дискримінант:

$$D = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{16} = 4.$$

Знайдемо розв'язки за формулою  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ .

$$x_1 = \frac{2 + 4}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{2 - 4}{2} = -1$$

Враховуючи те, що для  $\log_a x$  область визначення – множина всіх значень  $x > 0$ , то  $x_2 = -1$  – сторонній корінь.

**Відповідь:**  $3$ .

**Приклад 10.**

$$x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$$

Знайти найменший розв'язок рівняння.

**Розв'язок.**

$$x^3 - x - 3x^2 + 3 = 0$$

$$x(x^2 - 1) - 3(x^2 - 1) = 0$$

$$(x - 3)(x^2 - 1) = 0$$

$$x - 3 = 0$$

$$x = 3$$

$$x^2 - 1 = 0$$

$$x^2 = 1$$

$$x = \pm 1$$

**Відповідь:**  $-1$ .