

Кути

Джерело: Довідник з елементарної математики
під редакцією П.Ф. Фільчакова. «Наукова думка», Київ.

Комп'ютерна верстка: Виспянський Ігор (ел. пошта: virua@ukr.net).

Дата публікації: 21 лютого 2009 року.

1. Основні означення.

Плоский кут — фігура, утворена двома променями або відрізками, що виходять з однієї точки. Промені або відрізки, що утворюють кут, називаються **сторонами** кута, а точка, з якої вони виходять, **вершиною** кута. Кут позначається спеціальним значком і буквою, поставленою біля його вершини або всередині кута, а також трьома буквами, з яких середньою є та, що стоїть біля вершини кута. Наприклад, $\angle A$, $\angle \alpha$, $\angle POQ$ і т. д.

Площина поділяється сторонами кута на внутрішню область кута і зовнішню.

Два кути називаються **рівними**, якщо при накладанні вони збігаються.

Якщо сторони кутів утворені відрізками, то при рівності кутів рівність сторін може не зберігатися.

Розгорнутим кутом називається кут, одна сторона якого є продовженням іншої.

Два кути, що мають спільну вершину і спільну сторону, називаються **прилеглими**, якщо їх внутрішні області не покривають одна одну.

Суміжними кутами називаються два прилеглих кути, у яких сторони, які не збігаються, утворюють пряму лінію.

Щоб побудувати кут, суміжний даному, треба одну з сторін даного кута продовжити за його вершину.

Якщо два суміжних кути рівні між собою, то кожний з них називається **прямим** кутом.

Приклад 1. Довести, що коли кут, що дорівнює піврізниці суміжних кутів, відняти від прямого кута, то дістанемо менший з суміжних кутів.

Доведення. Позначимо менший з суміжних кутів через α . Другий суміжний кут при цьому дорівнює $180^\circ - \alpha$. Піврізниця суміжних кутів дорівнює:

$$\frac{1}{2} [(180^\circ - \alpha) - \alpha] = 90^\circ - \alpha.$$

Віднімаючи цю піврізницю від прямого кута, дістанемо в результаті кут α , що і треба було довести.

Вертикальні кути — такі два кути, у яких сторони одного є продовженням сторін другого. Вертикальні кути утворюються при перетині двох прямих ліній.

Перпендикулярні прямі — такі дві прямі лінії, які при перетині утворюють прямі вертикальні або прямі суміжні кути.

2. Дії з кутами.

Якщо вершину і сторону одного кута сумістити з вершиною і стороною другого кута, а інші сторони цих кутів розмістити, по одну сторону від суміщеної, то:

а) перший кут менший від другого, якщо несуміщена сторона його знаходиться всередині (у внутрішній області) другого кута;

б) перший кут більший від другого, якщо несуміщена сторона його знаходиться у зовнішній області другого кута.

Якщо вершину і сторону одного кута сумістити з вершиною і стороною другого кута так, щоб їх внутрішні області не накладалися, то утворений несуміщеними сторонами кут називається **сумою даних кутів** (рис. 1). Сума декількох кутів визначається аналогічно.

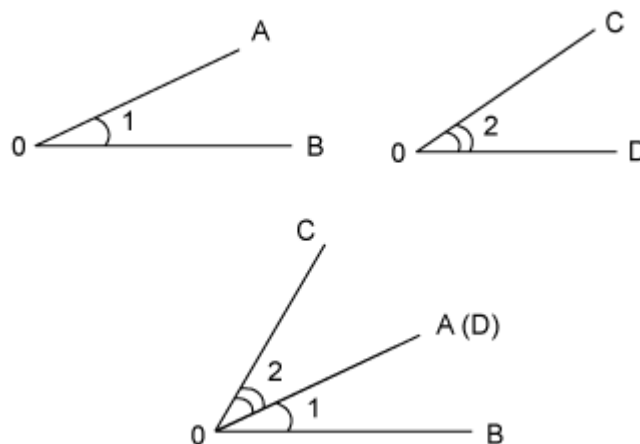


Рис.1.

Сума кутів має **переставну і сполучну** властивості.

Різниця кутів, множення і ділення кута на число визначається аналогічно відповідним поняттям для відрізків.

Бісектриса кута — промінь, що виходить з вершини кута і ділить кут на дві рівні частини (пополам).

Бісектриси суміжних кутів взаємно перпендикулярні. Бісектриси вертикальних кутів становлять продовження одна одної.

3. Вимірювання кутів.

Мірою кута є величина повороту променя OA навколо точки O як центра обертання.

Повним кутом називається кут, одержаний при одному повному оберті променя OA . Точка A при цьому опише коло радіусом OA .

Половина повного кута становить **розгорнутий** кут. Четверта частина повного кута складає **прямий** кут.

Один радіан — це такий центральний кут, дуга якого дорівнює радіусу кола. Позначають радіан скорочено — *рад*.

Поворот променя OA на 1 радіан — це такий поворот, при якому точка A описує дугу, що дорівнює за довжиною відрізка OA . Отже, в повному оберті 2π радіанів.

В розгорнутому куті $\pi = 3,141592653589\dots$ радіанів, в прямому куті $\pi/2$ радіанів.

Поширена також градусна система вимірювання кутів.

Один градус (1° — одиниця вимірювання кутів в градусній системі) — це кут, що становить $1/360$ частину повного кута. Дуга центрального кута в 1° становить $1/360$ частину, дуги кола. Одна мінута ($1'$) становить $1/60$ частину градуса.

Одна секунда ($1''$) становить $1/60$ частину мінута або $1/3600$ частину градуса.

Слово «мінута» походить від латинського *minutus* — зменшений, малий, що в даному випадку означає дрібнішу частину градуса, а слово «секунда» походить від латинського *secunda* — другий, тобто другий (ще менший) поділ градуса.

В повному оберті — 360° , що є еквівалентним 2π радіанів.

Отже:

$$1 \text{ радіан} = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ 17' 45'',$$

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ радіанів} \approx 0,017453 \text{ радіанів},$$

$$1' = \frac{\pi}{180 \cdot 60} \text{ радіанів} \approx 0,0002909 \text{ радіанів},$$

$$1'' = \frac{\pi}{180 \cdot 60 \cdot 60} \text{ радіанів} \approx 0,00000485 \text{ радіанів}.$$

Перехід від градусного вимірювання кутів і дуг до радіанного і навпаки здійснюється відповідно за формулами:

$$\varphi \text{ радіанів} = \frac{\pi \varphi^\circ}{180^\circ},$$

$$\varphi^\circ = \frac{180^\circ \cdot \varphi \text{ радіанів}}{\pi}.$$

Розгорнутий кут містить 180° . **Прямий** кут містить 90° . **Гострим** кутом називається кут, що містить менше ніж 90° ; **тупим** кутом називається кут, що містить більше ніж 90° , але менше 180° .

Для вимірювання кутів і дуг в найпростіших випадках застосовується прилад, який називається **транспортиром**.